# Redes Complexas
# Aula 12

**Roteiro**

- Busca em redes
- Busca com informação
- Navigabilidade em redes
- Modelo de Kleinberg
- Exemplo real

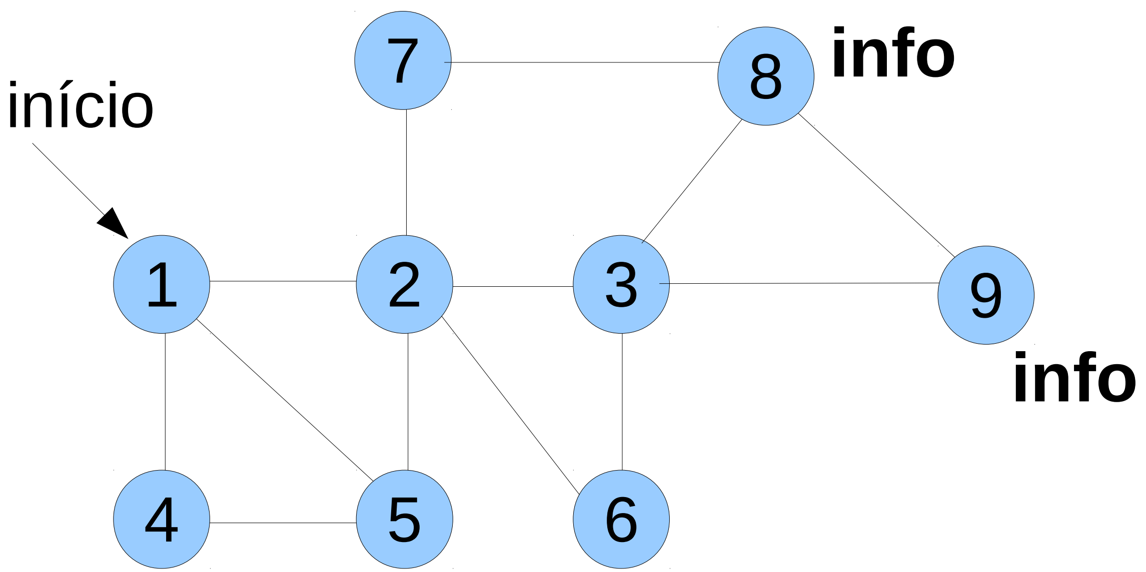
# Busca em Redes

- Vértices possuem informação
  - conteúdo das páginas web
  - arquivos em uma rede P2P
  - conhecimento em uma rede social
- Informação distribuída
  - não existe repositório centralizado de quem conhece o que
- **Problema**: localizar informação utilizando a própria rede

**Algoritmos de busca em redes!**

# Busca em Redes

- Vértices possuem informações
  - possivelmente replicadas na rede
- Dado vértice deseja localizar uma informação
  - ponto de entrada na rede
- Utiliza as arestas para navegar pela rede
  - primitivas de perguntar e repassar aos vizinhos



# BFS (*Breadth First Search*)

- BFS = busca em largura
- Iniciado pelo vértice fazendo a busca
  - busca tem identificador único na rede
- Ao receber a busca pela primeira vez, se vértice não possui informação, repassa a **todos** vizinhos
  - se possui informação, responde ao vértice inicial
- **Vantagem**
  - Rápido! Percorre caminho mais curto até informação
- **Desvantagem**
  - Pesado! Todos os vértices serão atingidos
  - Não há como interromper (eficientemente) o processo de busca

# Flooding Limitado

- Busca em largura também chamado de *flooding* (inundação)

**Como controlar a carga?**

- Ideia: usar um TTL (*Time-to-live*) na busca
  - maior número de saltos que busca pode fazer
  - informação contida na mensagem de busca, decrementada a cada salto, não repassa quando contador é zero
- Problemas: busca pode não chegar ao vértice com a informação (TTL pequeno)
  - tradeoff entre carga e taxa de sucesso

# Random Walk

- Passeio aleatório iniciado pelo vértice que inicia a busca
  - cada passeio tem um identificador único na rede
- Ao receber a busca, se vértice não possui a informação, repassa a **um** vizinho escolhido aleatoriamente
  - se possui informação, responde ao vértice inicial
- **Vantagem**
  - Leve! Busca se propaga de vértice em vértice
- **Desvantagem**
  - Lento! Pode demorar para encontrar informação

# Random Walk 2

- **Problema**: passeio pode estar ao *lado* da informação e não encontrá-la
  - informação está em um vizinho, mas outro é escolhido ao acaso
- **Solução**: perguntar a todos os vizinhos antes de repassar a busca
  - se algum vizinho tem informação, então para
- Diminui o tempo de busca na prática, mas não na teoria
  - vantagens dependem da rede

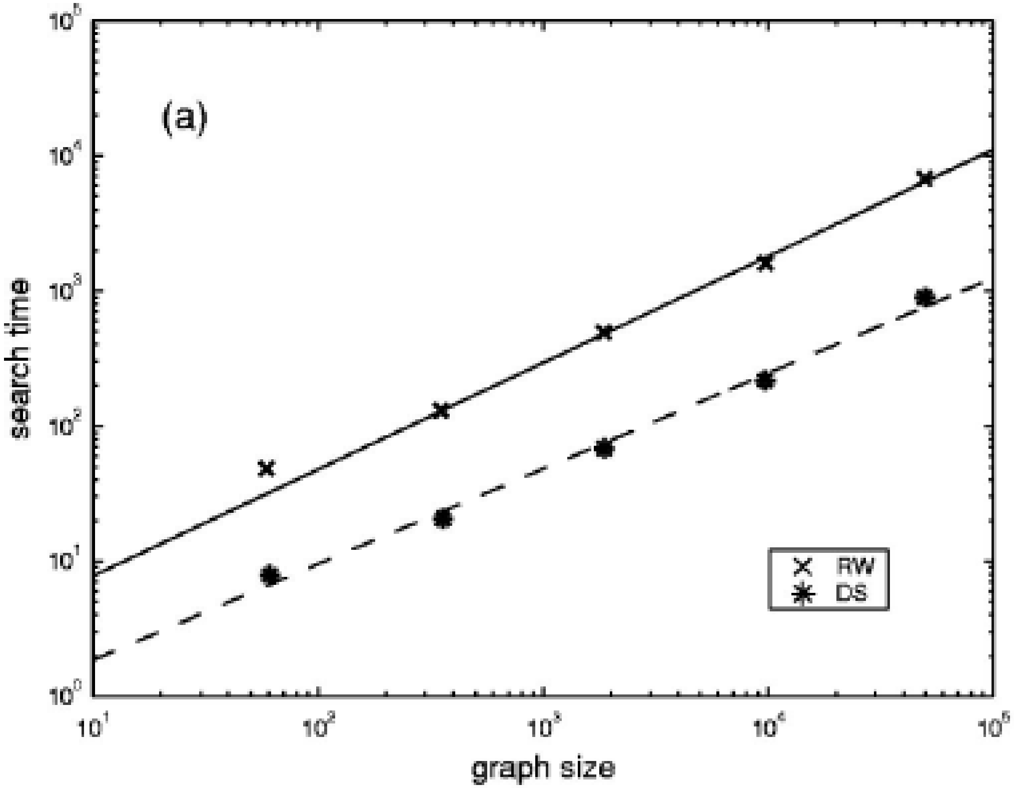
# Explorando a Estrutura

- Como explorar a estrutura da rede para fazer buscas mais eficientes?
- **Idéia:** Propagar a busca para vizinho de maior grau (e não aleatoriamente)
  - vértice de maior grau tem acesso a mais informação
  - direcionar busca para quem sabe mais
- Enviar busca para próximo vizinho de maior grau (em caso de revisita)
- *High-Degree Seeking Walks*
  - vantagens dependem da rede

Adamic, Lada A., et al. "Search in power-law networks." Physical Review E 64.4 (2001): 046135.

# Avaliação (1/2)

- Rede com lei de potência no grau ($\alpha$=2.1)
- Vértice de origem/destino da busca escolhidos aleatoriamente
- Busca termina quando chega a um vizinho do destino

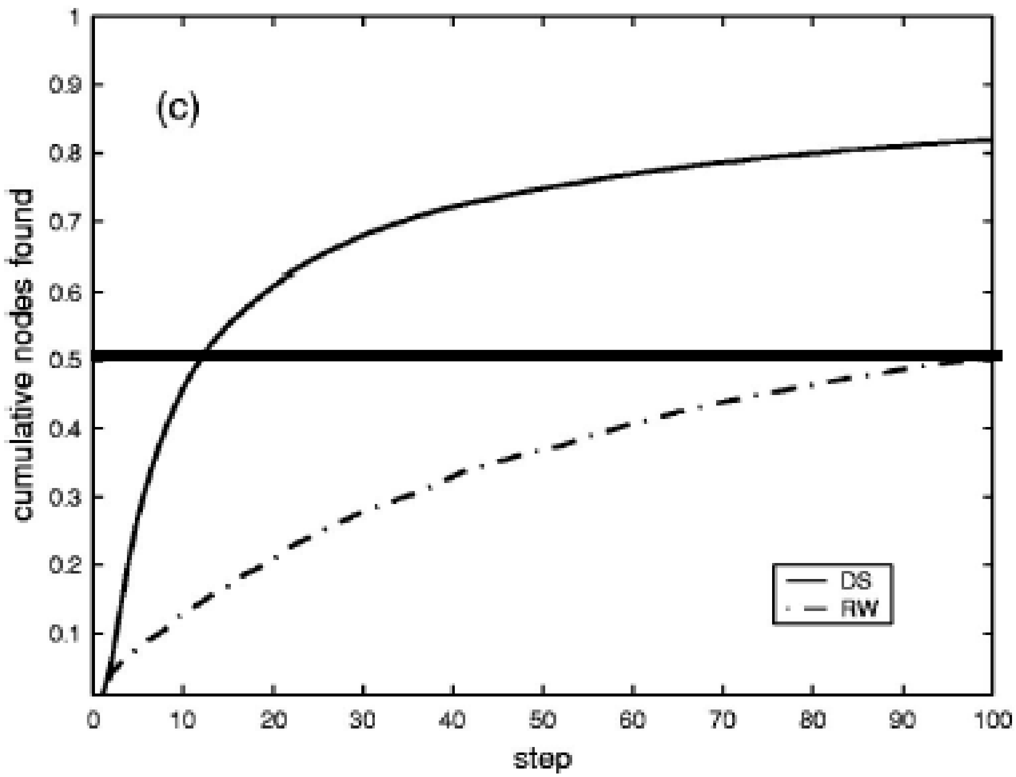



- Tempo médio para encontrar destino
- Medido em número de passos
- 10 vezes mais rápido que RW clássico (para qualquer *n*)

Adamic, Lada A., et al. "Search in power-law networks." Physical Review E 64.4 (2001): 046135.

# Avaliação (2/2)

- "Alcance" da busca: fração de vértices pesquisados em função do número de passos




- n = 10000
- DS: metade da rede pesquisada em apenas 10 passos
- RW: 100 passos!

- Problema: carga de busca nos vértices não é uniforme!


Adamic, Lada A., et al. "Search in power-law networks." Physical Review E 64.4 (2001): 046135.

# Busca com Informação

- Algoritmo de busca anteriores eram cegos
  - não havia informação local sobre onde encontrar o destino
  - ex. qual melhor vizinho para enviar a busca?
- Em muitas redes, temos informação local sobre o destino
  - ex. coordenadas do destino e coordenadas de cada vértice da rede
- Busca pode explorar a informação local

**Como explorar informação local?**

# Experimento de Milgram

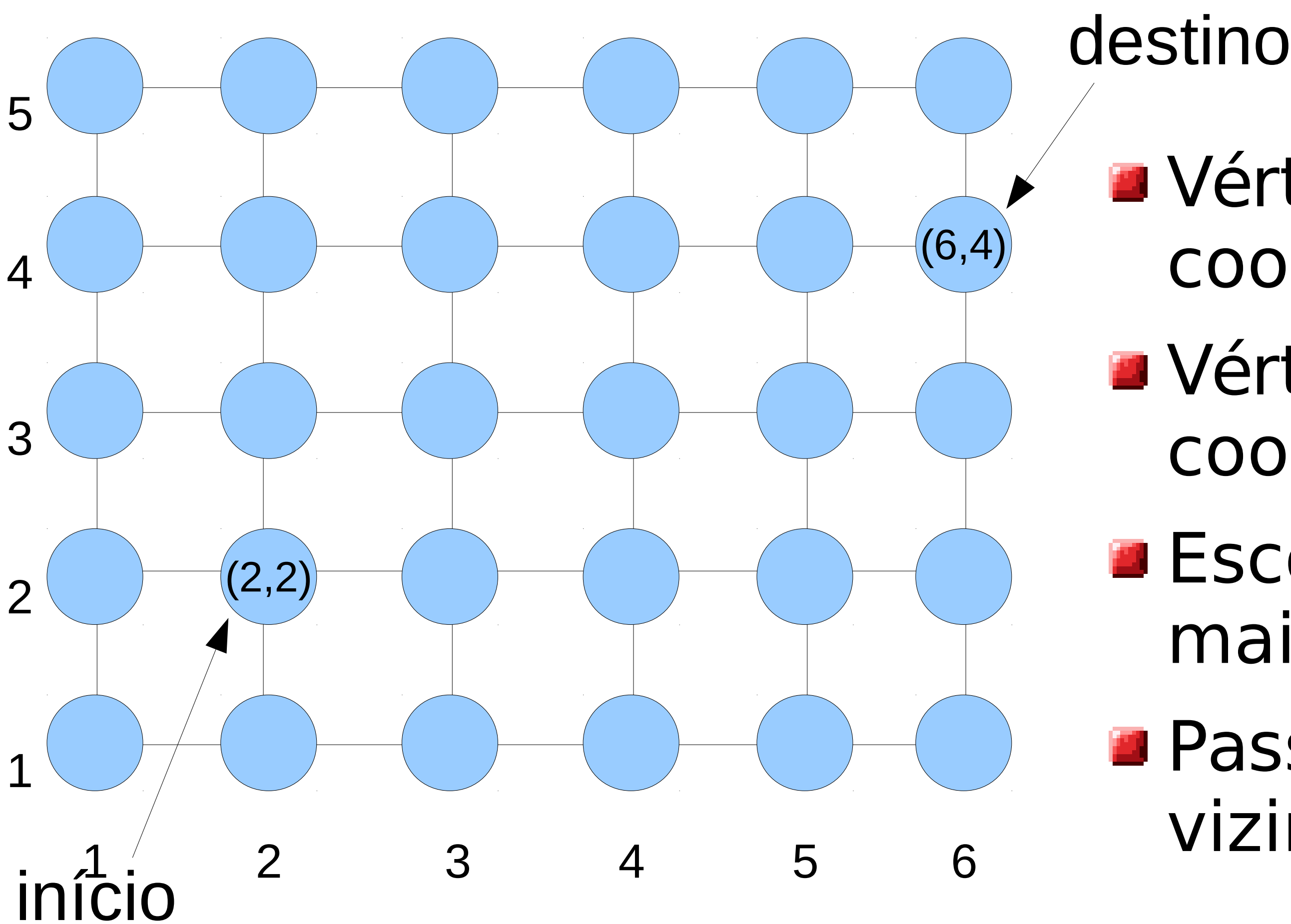
- Enviar carta a um desconhecido através da rede social
- **Surpreendente**: Caminhos curtos existem
  - ~ 6 passos na rede social
- **Igualmente surpreendente**: Pessoas comuns encontraram caminhos curtos
  - busca aleatória na rede social levariam a caminhos muito mais longos
- Pessoas navegam bem a rede social
  - mesmo sem terem uma visão global da rede social

# Algoritmo de Busca Guloso

- Considere função (heurística) que avalia (estima) a distância (na rede) entre dois vértices
  - usando atributos dos vértices
- Algoritmo de busca
  - a cada passo, busca é enviada para vizinho ***mais próximo*** do destino
- Algoritmo é míope e guloso
  - considera apenas próximo passo
  - tenta se aproximar o máximo do destino a cada passo
- Função de distância depende do contexto
  - distância física, distância social, etc
- Similar ao usado por pessoas para navegar na rede social real

# Exemplo

- Rede é um grid em 2D, atributo é a coordenada (x,y) do vértice
- Distância de Manhattan no grid (em saltos)




- Vértice inicial conhece coordenadas do destino
- Vértices conhecem coordenadas dos vizinhos
- Escolhe vizinho que está mais próximo do destino
- Passa busca para vértice vizinho (que repete)

- **Eficiente:** número de passos é a distância!

# Desempenho do Guloso

- Desempenho do algoritmo depende da estrutura da rede
- Guloso pode **não encontrar** caminho mais curto na rede
  - mesmo quando caminho curto existir
- Estrutura da rede é fundamental para desempenho do algoritmo
  - caminhos de comprimento logarítmicos
- Observação e demonstração feita por Kleinberg em artigo influente

Kleinberg, Jon. "Navigation in a small world." Nature 406.6798 (2000): 845-845.
Kleinberg, Jon. "The small-world phenomenon: An algorithmic perspective." Proc. ACM STOC 2000.

# Modelo de Kleinberg

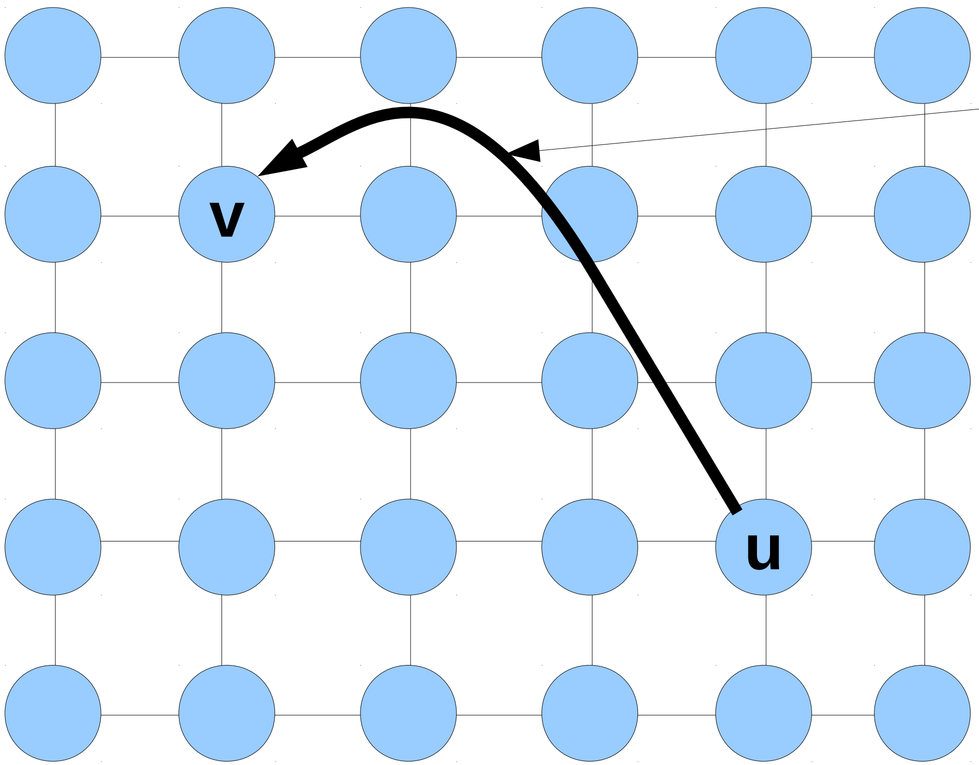
- Rede é um grid em 2D, atributo é a coordenada (x,y) do vértice
- Distância de Manhattan no grid (em saltos)
- Adicionar atalhos no grid
  - criação de caminhos curtos na rede
  - cada vértice adiciona 1 atalho
- Atalhos aleatórios
  - probabilidade inversamente proporcional a distância entre os vértices no grid

$$p_{uv} \propto \frac{1}{d(u,v)^{\alpha}}$$

, onde *d(u,v)* é a distância entre os vértices *u* e *v* no grid, $\alpha$ é constante (parâmetro)

# Modelo de Kleinberg

- Rede: grid em 2D + atalhos probabilísticos




Atalho ocorre com probabilidade ~ $5^{-\alpha}$

- Atalho é função de $\alpha$
- $\alpha$ grande: baixa probabilidade de atalhos longos
- $\alpha$ pequeno: atalhos muito longos podem ocorrer

- **Problema**: Calcular desempenho do algoritmo guloso em função de $\alpha$

# Modelo de Kleinberg

- Gerar atalhos no grid
  - atalhos são vizinhos e podem ser usados
- Escolher dois vértices aleatoriamente
- Executar algoritmo guloso
  - sempre termina pois pode andar pelo grid
- Medir número de passos
  - aleatório, pois depende dos atalhos e par origem/destino
- Considerar número médio de passos em função de *n* (tamanho da rede)
  - limitante inferior e superior para tempo médio

# Avaliação Teórica

- $0 <= \alpha < 2$ $\longrightarrow$ $T \geq c\, n^{(2-\alpha)/3}$
- $\alpha > 2$ $\longrightarrow$ $T \geq c\, n^{(\alpha-2)/(\alpha-1)}$

**Tempo médio é polinomial**

- $\alpha = 2$ $\longrightarrow$ $T \leq c \log^2 n$

**Tempo médio é poly-log**

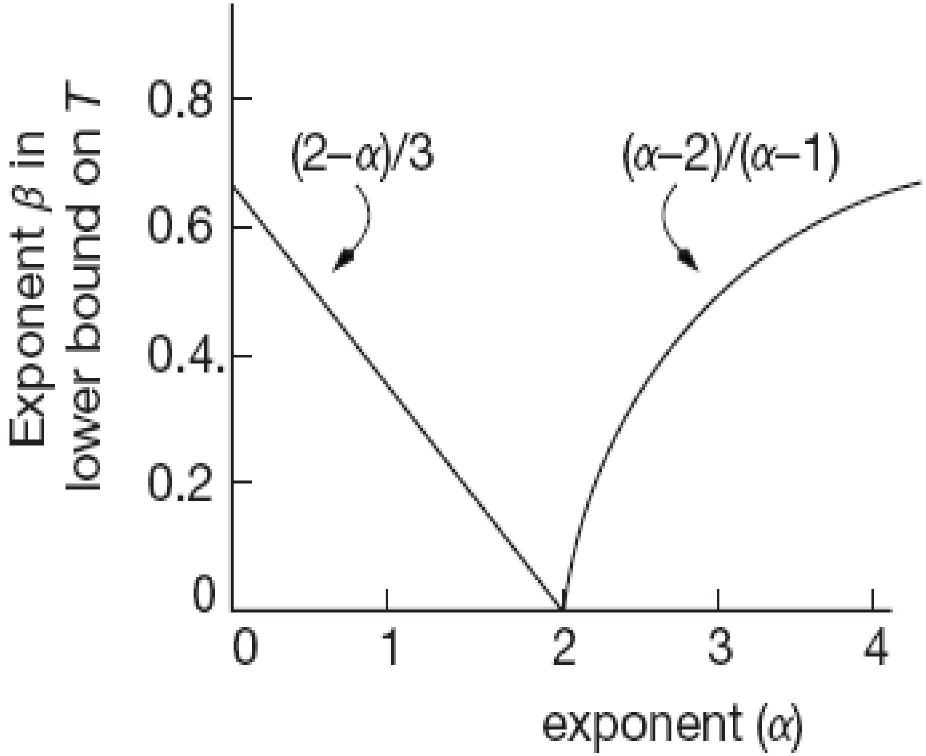
- Exponencialmente menor que tamanho da rede

Kleinberg, Jon. "Navigation in a small world." Nature 406.6798 (2000): 845-845.
Kleinberg, Jon. "The small-world phenomenon: An algorithmic perspective." Proc. ACM STOC 2000.

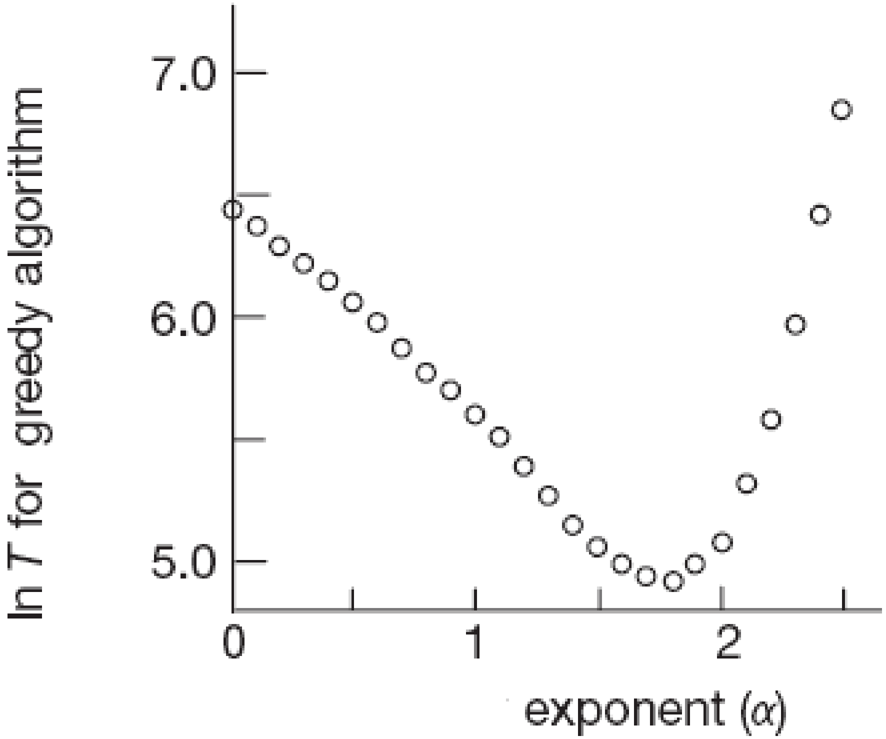
# Avaliação

- Gráfico do expoente β

$$T \geq c\, n^{\beta}$$




- Avaliação empírica (simulação), n = 20K, 1K rodadas, log T





Kleinberg, Jon. "Navigation in a small world." Nature 406.6798 (2000): 845-845.
Kleinberg, Jon. "The small-world phenomenon: An algorithmic perspective." Proc. ACM STOC 2000.

# Observações

- $\alpha = 2$: vértices tem em média o mesmo número de vizinhos em todas as distâncias
  - efeitos se cancelam
- $\alpha < 2$: distribuição de atalhos muito uniforme
  - algoritmo não consegue explorar os atalhos
- $\alpha > 2$: não há atalhos longo suficientes
  - não existem caminhos curtos o suficiente

# Generalizações

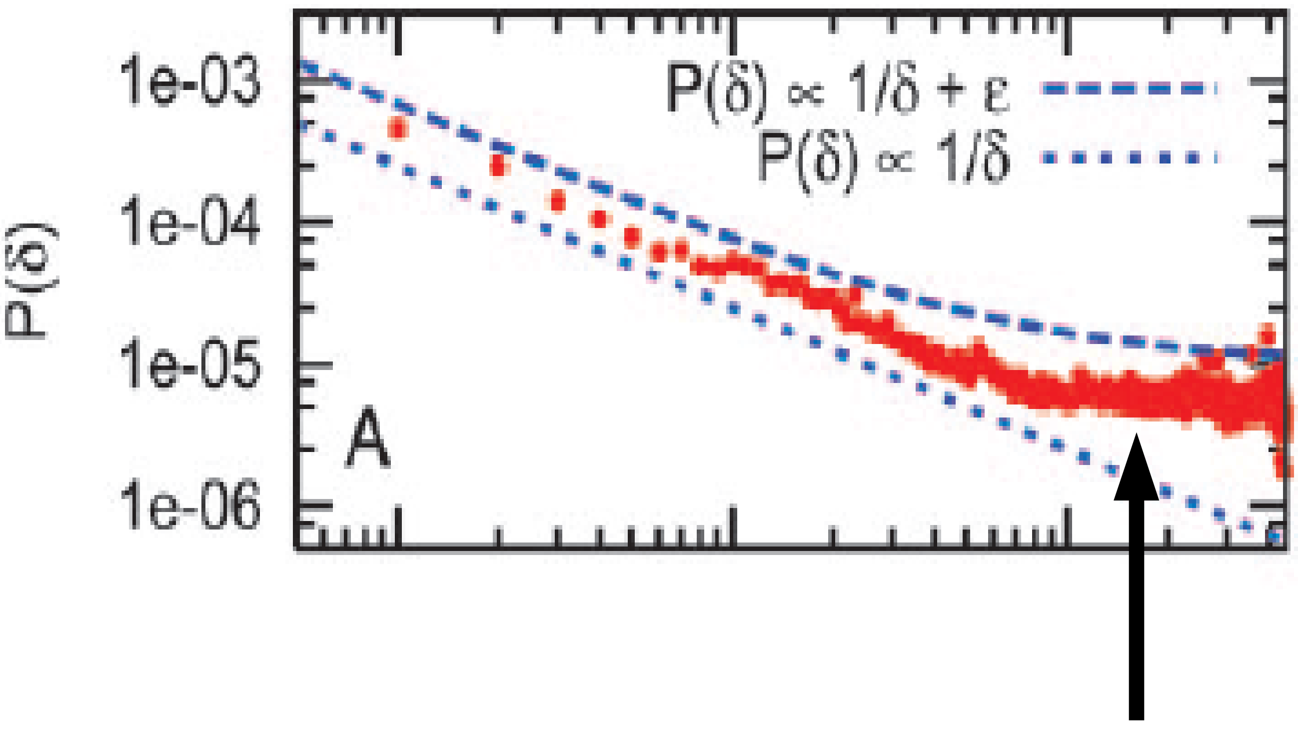
- Generalizado para qualquer número constante de atalhos
  - não muda complexidade
- Generalizado para qualquer algoritmo que utiliza apenas informação local
  - guloso que vimos não usa o passado
- Generalizado para grids com d dimensões
- Ponto crítico ocorre quando $\alpha = d$
  - guloso encontra caminhos poly-log apenas nestes caso
  - mesma intuição que d=2

# Distâncias e Redes Sociais


- Amizades estão relacionadas com distâncias geográficas?
  - ex. distância entre as cidades onde moram as pessoas
- Estudo empírico de rede social online (2004)
- LiveJournal
  - blogeiros tem identidade, endereço
  - declaram amizade por outros blogueiros
- ~500K usuários que declararam endereço válido nos EUA

# Distâncias entre Amigos

- Distância entre vizinhos (cada aresta)
  - usando CEP do endereço declarado
- d(u,v) = δ, arrendondado para múltiplo de 10Km
- P(δ) : fração de arestas com distância δ

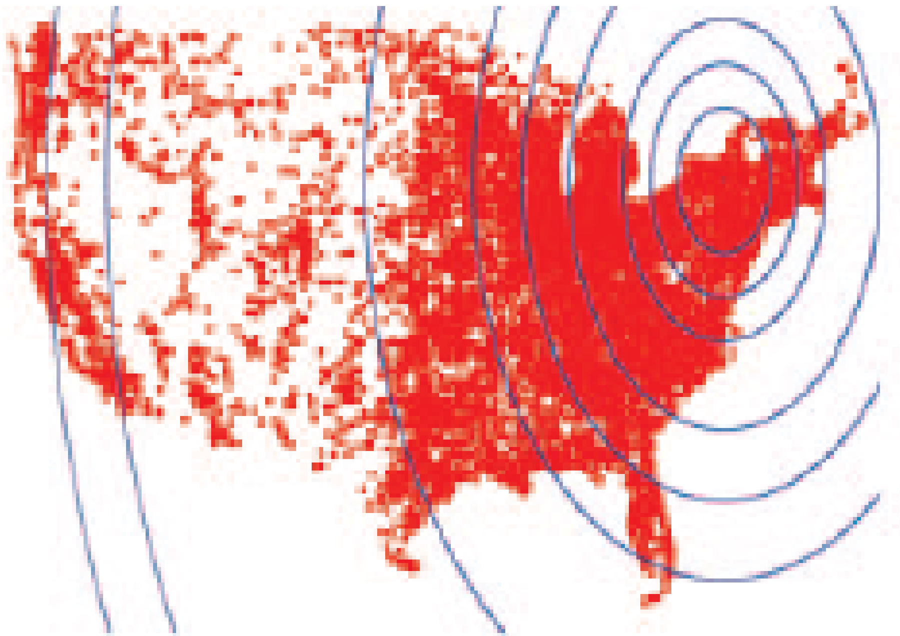



- Segue lei de potência até certo ponto
- Não influencia para distâncias muito grandes
- P(δ) converge para $5x10^{-6}$

Liben-Nowell, David, et al. "Geographic routing in social networks." *PNAS* 102.33 (2005): 11623-11628.

# Densidade Populacional

- Qual relação entre tamanho da vizinhança (em pessoas) e distância geográfica?
- Cada ponto representa uma pessoa (*blog*)



- Círculos concêntricos, centro Ithaca, NY
- Cada círculo representa 50K pessoas
- Densidade populacional influencia amizades

Liben-Nowell, David, et al. "Geographic routing in social networks." *PNAS* 102.33 (2005): 11623-11628.

# Amizades e Navegação

- Ex. duas pessoas u e v moram a 300m
  - Em Xapuri, certamente são conhecidos
  - Em Copacabana, muito pouco provável
- Probabilidade de amizade depende de distância física e densidade populacional
- Modelo para capturar este efeito
  - extensão de modelo de Kleinberg
- Desempenho do algoritmo guloso é bom (poly-log)

"In a lamentably imperfect world, it is remarkable that people form friendships so close to the perfect distribution for navigating their social structures."

Liben-Nowell, David, et al. "Geographic routing in social networks." *PNAS* 102.33 (2005): 11623-11628.