Aula 1

Roteiro

- Três (tipos de) problemas
- *Monte Carlo to the Rescue*
- História da origem do nome
- Monte Carlo na Computação

Problema 1: Otimização

- Considere um espaço de estado discreto e bem grande
  - $S = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$, onde n é enorme
- Considere uma função que avalia a qualidade de cada estado
  - $f : S \rightarrow R$

Encontrar estado que maximiza a função

- $s_o = \text{argmax}_{s \text{ em } S} f(s)$

- Força bruta: avaliar todos elementos de *S* é proibitivo!

Problema 1: Exemplo 1

- S = todos os grafos rotulados com *n* vértices
- Cada elemento de S é um grafo
  - $|S| = 2^{n(n-1)/2}$
- $f(s)$ = distância média de s
- Encontrar grafo s_o que maximiza f
- Força bruta (testar todos) é proibitivo!
  - 1ms para cada grafo → 1130 anos, se n=10

Como encontrar s_o de forma mais eficiente?

Problema 1: Exemplo 2

- S = todas as permutações de *n* cartas
- Cada elemento de S é uma ordenação das cartas
  - $|S| = n!$
- $f(s)$ = número de subsequências crescentes em s
- Encontrar grafo s_o que maximiza f
- Força bruta (testar todos) é proibitivo!
  - 1ms para cada ordenação → 10^{57} anos, se n=52

Como encontrar s_o de forma mais eficiente?

Problema 2: Somatório

- Considere um somatório com muitos termos

$$G = \sum_{i=1}^{n} w_i$$

- w_i = valor da *i*-ésima parcela
- n = total de parcelas, e enorme

Calcular o valor do somatório (de forma aproximada)

- Força bruta: somar todos os termos é proibitivo

Problema 2: Exemplo 1

- Considere um jogo de cartas (determinístico)
  - ganhar ou perder depende apenas da sequência de cartas
- De quantas formas podemos vencer o jogo?

$$G = \sum_{i=1}^{n} w_i$$ ← w_i = 1 se sequência *i* vence, ou 0 c.c.

- Se baralho tem *k* cartas, *n* = *k*!
- Força bruta (todos os termos) é proibitivo
  - 1ms para cada ordenação → 10^{57} anos, se *k* = 52

Problema 2: Exemplo 2

- Considere todas sequências binárias com *k* bits
- Seja p_i a probabilidade associada a sequência *i*
- Qual é o valor esperado de P?

$$E[P] = \sum_{i=1}^{n} p_i i$$ ← definição de valor esperado

- Com *k* bits temos, $n = 2^k$ sequências
- Força bruta (todos os termos) é proibitivo
  - 1ms para cada sequência → 35 anos, se $k = 40$

Problema 3: Amostragem

- Considere um espaço de estado discreto
  - S = {1, 2, …, n}, com n enorme
- Considere uma função que associa a cada objeto um peso
  - $w_i > 0$ para todo i em *S*

Escolher aleatoriamente um objeto com probabilidade proporcional ao peso

- Força bruta: enumerar todos para escolher é proibitivo!

Problema 3: Exemplo

- Todos os trios de amizade do Facebook
- Função que associa a cada trio o número de mensagens trocadas pelo trio

Escolher aleatoriamente um trio com probabilidade proporcional ao peso

- Força bruta (enumerar todos) para escolher é proibitivo!

Monte Carlo to the Rescue

Resolvem todos estes problemas!

- Conjunto de técnicas para atacar problemas como estes (otimização, somatório, amostragem)
  - algoritmos ou métodos de Monte Carlo
  - não há uma definição geral e bem aceita
- Muitas técnicas e algoritmos diferentes
  - ideia e aplicação surgiu na década de 40
- Ideia central da técnica: **aleatoriedade**
  - usar o acaso (a chance) para computar!

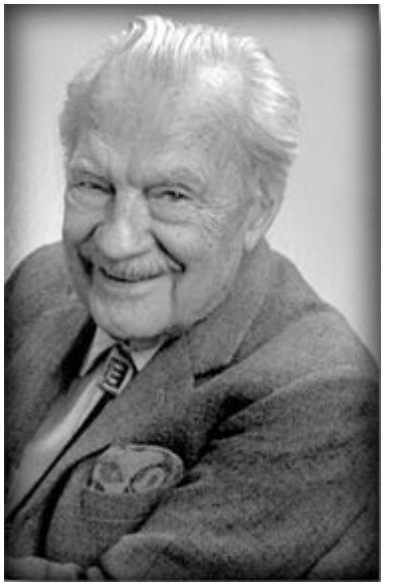
Ideia central na computação moderna!

História da Origem

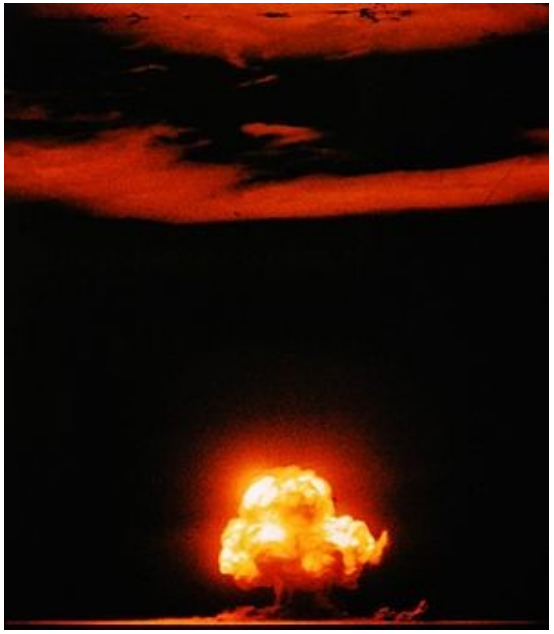
- **S. Ulam**: se recuperando de uma doença, pondera sobre as chances de ganhar o jogo de paciência (em 1946)
- Depois de fazer contas, sugere a ideia de jogar várias vezes para estimar

- **J. von Neumann**: vê o potencial e desenvolve programas para implementar a ideia
- Difusão de neutrinos e outros em reação nuclear, projeto Manhattan (origem da bomba atômica)

História da Origem



- **N. Metropolis**: sendo um projeto secreto, sugere um codinome para a técnica
- Monte Carlo: cassino em Mônaco onde o tio de Ulam jogava



- Algoritmos de Monte Carlo tem papel central no projeto Manhattan
- Resolvem problemas de otimização e cálculo de valores
- Implementado em um dos primeiros computadores: ENIAC

Ponto de Inflexão

Equation of State Calculations by Fast Computing Machines

The Journal of Chemical Physics 21, 1087 (1953); https://doi.org/10.1063/1.1699114

Nicholas Metropolis, Arianna W. Rosenbluth, Marshall N. Rosenbluth, *and* Augusta H. Teller
Los Alamos Scientific Laboratory, Los Alamos, New Mexico
Edward Teller
Department of Physics, University of Chicago, Chicago, Illinois

- Metropolis e coautores (maridos e mulheres!) publicam uma técnica geral em 1953
  - artigo tem hoje 45 mil citações!
- Ideia é generalizada e amplamente utilizada em diversos ramos da ciência
  - algoritmo de Metropolis-Hasting
- Top-10 mais influentes algoritmos do Século XX pela revista IEEE Comput in Science & Engineering

Monte Carlo na Computação

Machine Learning
January 2003, Volume 50, Issue 1–2, pp 5–43 | Cite as

An Introduction to MCMC for Machine Learning

Authors Authors and affiliations

Christophe Andrieu, Nando de Freitas, Arnaud Doucet, Michael I. Jordan

IEEE TRANSACTIONS ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE AND AI IN GAMES, VOL. 4, NO. 1, MARCH 2012

A Survey of Monte Carlo Tree Search Methods

...ember, IEEE,

IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. 24, NO. 5, MAY 2002

Image Segmentation by Data-Driven Markov Chain Monte Carlo

Zhuowen Tu and Song-Chun Zhu

Sebastian Thrun [a,*], Dieter Fox [b], Wolfram Burgard [c], Frank Dellaert [a]

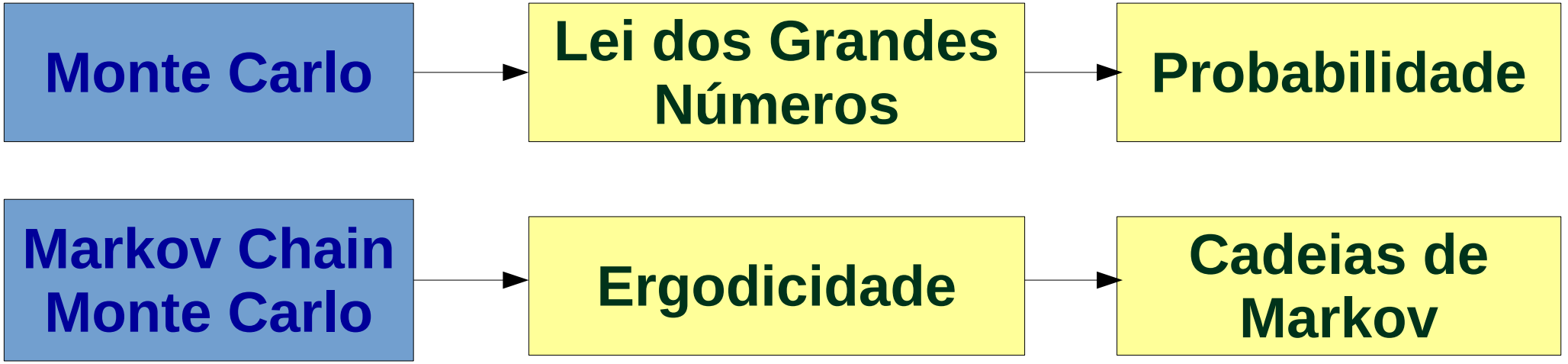
- Todos com centenas de citações!

Monte Carlo na Computação

- Amplamente empregado na computação
  - geralmente para resolver problemas (todos artigos anteriores)
- Computação também propõe algoritmos eficientes
  - modelagem do problema para melhor desempenho de algoritmos específicos
- Monte Carlo está na moda na Computação
  - mudança de paradigma: computar usando dados e aleatoriedade
  - Monte Carlo tem tudo a ver com este novo paradigma

Monte Carlo nesta Disciplina

- Objetivo é aprender conceitos teóricos e técnicas fundamentais
  - permitem entender a base que sustenta Monte Carlo
  - não iremos aprofundar em nenhuma aplicação específica (em seu projeto sim)



Estudaremos o amarelo para melhor entender o azul!