



MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA O PLANEJAMENTO DO SISTEMA ELÉTRICO INCLUINDO FONTES ALTERNATIVAS

Vinícius Neves Motta

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Sistemas e Computação.

Orientadores: Nelson Maculan Filho
Vincent Gérard Yannick
Guigues

Rio de Janeiro
Junho de 2017

MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA O PLANEJAMENTO DO SISTEMA
ELÉTRICO INCLUINDO FONTES ALTERNATIVAS

Vinícius Neves Motta

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE
SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Examinada por:

Prof. Luidi Gelabert Simonetti, D.Sc.

Prof. Vincent Gérard Yannick Guigues, D.Sc.

Prof. Marcia Helena Costa Fampa, D.Sc.

Prof. Luerbio Farias, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
JUNHO DE 2017

Motta, Vinícius Neves

Modelo de otimização para o planejamento do sistema elétrico incluindo fontes alternativas /Vinícius Neves Motta. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

X, 46 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Nelson Maculan Filho

Vincent Gérard Yannick Guigues

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 44 – 46.

1. Otimização Estocástica. 2. Planejamento Energético. 3. Energias Renováveis. I. Maculan Filho, Nelson *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação. III. Título.

*A minha amada Carmen, a
minha mãe e ao meu irmão.*

Agradecimentos

Gostaria de agradecer, primeiramente, a minha esposa, Carmen, que me ajudou em todos os momentos, e que, sem ela, teria sido mais difícil completar este trabalho. Agradeço a minha mãe e ao meu irmão por todo o apoio que deram, sem isto não teria tido a oportunidade de fazer esta dissertação.

Desejo agradecer, em especial, ao Prof. Maculan, que confiou em minha capacidade de fazer o trabalho e sempre me deu todo o suporte necessário para a dissertação, além de ser uma excelente pessoa com diversas histórias inspiradoras. Agradeço também ao Prof. Vincent por ter me ajudado, em conjunto com o Prof. Maculan, a concretizar este trabalho como de boa qualidade.

Aos meus amigos, também, desejo agradecer a todos. Em especial ao Fábio, que sempre me deu suporte em nossas conversas e a toda 201 por ser um grupo de amigos maravilhosos. Aos meus amigos do GEAMA, em especial à Renata e à Magali, com as quais compartilhei todos os sucessos e dificuldades desta empreitada. E, aos meus amigos da UFRJ, em especial, o Ramon, que deu conselhos valiosos.

Gostaria, também, de agradecer a FGV Energia por ter dado a oportunidade de desenvolver este projeto em conjunto com eles. Em especial, ao Felipe que deu todo o apoio e o espaço necessário para que este projeto se desenvolvesse na FGV.

Por fim, gostaria de agradecer a Deus, que sem a anuência d'Ele nada disso seria possível.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA O PLANEJAMENTO DO SISTEMA ELÉTRICO INCLUINDO FONTES ALTERNATIVAS

Vinícius Neves Motta

Junho/2017

Orientadores: Nelson Maculan Filho
Vincent Gérard Yannick Guigues

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

A participação das energias renováveis, tais como a energia eólica e a solar, na matriz elétrica tem crescido substancialmente no Brasil e no mundo. É previsto que até 2024 o Brasil terá 24 GW de capacidade instalada em usinas eólicas e 15 GW em usinas fotovoltaicas.

Entretanto, no Brasil, a maioria dos modelos de planejamento ótimo da operação e expansão do sistema elétrico não considera a incerteza gerada no planejamento pela inserção de usinas eólicas e fotovoltaicas no sistema elétrico. Em específico, esta incerteza surge devido à utilização de dados de velocidade de vento e de irradiação solar. Além disso, no Brasil, a maioria dos modelos não consideram as usinas eólicas e fotovoltaicas individualmente. Ao contrário, eles consideram estas usinas como "não-despachadas".

Portanto, o objetivo deste trabalho é implementar um modelo de planejamento ótimo que não somente considere a incerteza das afluências, mas, também, a incerteza da velocidade do vento e da irradiação solar. Além disso, irá considerar as usinas eólicas e fotovoltaicas de forma individualizada. Por fim, o trabalho também tem por objetivo analisar o impacto das usinas eólicas e fotovoltaicas na operação e no planejamento do sistema elétrico brasileiro.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

OPTIMIZATION MODEL FOR POWER SYSTEM PLANNING INCLUDING RENEWABLE ENERGY

Vinícius Neves Motta

June/2017

Advisors: Nelson Maculan Filho

Vincent Gérard Yannick Guigues

Department: Systems and Computer Engineering

The participation of renewable energies, such as solar and wind energy, in the energy mix has been increasing substantially in Brazil and in the world. In Brazil, it is predicted that, in 2024, there will be 24 GW of wind-based installed generating capacity and 11 GW of solar-based installed generating capacity.

However, in Brazil, most of the existing power grid optimal planning models don't consider the uncertainty inflicted on planning by the insertion of wind and solar plants in the power grid. Specifically, this uncertainty is caused by the wind speed and solar irradiation data. Also, in Brazil, most models do not consider wind and solar plants separately. Instead, they consider them as non-simulated plants.

Therefore, the goal of this work is to implement an optimization model that takes into account not only water inflow uncertainty, but, also, wind speed and solar irradiation uncertainty. Moreover, it will also consider wind and solar plants separately. Finally, it also aims at analyzing the impact of wind and solar energy in the operation and planning of the Brazilian power grid.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	4
2.1 Problema de planejamento do sistema elétrico	4
2.2 Planejamento da Operação	4
2.2.1 Programação Dinâmica Estocástica	5
2.2.2 Programação Dual Dinâmica Estocástica	6
2.3 Planejamento da Expansão	16
3 Método Proposto	20
3.1 Representação do Sistema Elétrico	20
3.2 Modelagem do Problema	22
3.2.1 Operação	23
3.2.2 Expansão	27
3.3 Dados Climáticos	31
4 Resultados e Discussões	33
4.1 Caso de Estudo - Operação	33
4.2 Caso de Estudo - Expansão	38
5 Conclusões	43
Referências Bibliográficas	44

Lista de Figuras

2.1	Representação da árvore de cenários geradas pelo algoritmo da PDDE.	15
2.2	Representação do problema de planejamento da expansão e da operação.	16
3.1	Representação de um submercado do sistema elétrico brasileiro.	21
4.1	Gráfico da geração de energia por fonte no cenário otimista.	34
4.2	Gráfico da geração de energia por fonte no cenário pessimista.	35
4.3	Gráfico comparativo da geração eólica com a geração hídrica.	36
4.4	Gráfico comparativo da geração solar com a geração hídrica.	37
4.5	Gráficos da evolução do CMO ao longo do tempo no cenário pessimista para todos os submercados e ambas execuções (com e sem usinas de fontes renováveis complementares individualizadas)	37
4.6	Gráficos da evolução do CMO ao longo do tempo no cenário otimista para todos os submercados e ambas execuções (com e sem usinas de fontes renováveis complementares individualizadas)	38
4.7	Matriz elétrica brasileira para o ano de 2016.	40
4.8	Matriz elétrica brasileira para o ano de 2030.	40

Lista de Tabelas

4.1	Custo de investimento por tipo de usina	39
4.2	Matriz elétrica projetada para 2030 do caso de estudo e da EPE . . .	41

Capítulo 1

Introdução

No Brasil, o setor elétrico é confrontado por uma série de desafios, devido a suas grandes dimensões, relevo, clima e diferenças econômicas regionais. Dentre estes estão: garantir o atendimento da demanda de energia elétrica; determinar que usinas geradoras de energia serão construídas; a construção de linhas de transmissão entre as diversas regiões do país; fornecimento de energia com tarifas acessíveis ao consumidor e a comercialização de energia elétrica.

Dos problemas apresentados acima, diversos estão relacionados ao sistema elétrico brasileiro, tais como o atendimento à demanda de energia, a construção de linhas de transmissão e a determinação de quais usinas serão construídas. Como o sistema elétrico brasileiro é interligado, isto é, qualquer usina pode gerar energia para qualquer região do país, o atendimento da demanda pode ser feito com maior facilidade. Entretanto, isto exige uma rede de transmissão robusta.

A rede de transmissão brasileira, portanto, possui o desafio de conseguir cobrir até as regiões mais remotas do país. Além disso, por ter um sistema elétrico interligado, ela precisa ser capaz de conectar usinas de um extremo do país aos centros de carga, que se encontram no outro extremo do país. Por conseguinte, o processo de construção de novas linhas de transmissão é custoso, fazendo surgir a necessidade de um bom planejamento que, levando em consideração os desafios de distância e geografia do país, busque evitar custos exorbitantes ao expandir a rede.

Por outro lado, o sistema interligado nacional (SIN), por ter esta característica de interligar todo o país, favorece tanto a operação, quanto a expansão do SIN, já que os recursos energéticos de qualquer lugar do país podem ser alocados para qualquer consumidor, barateando a operação do sistema. Além do mais, sinergias entre diferentes fontes de energia podem ser aproveitadas, uma vez que todas as usinas estão conectadas entre si e ao mercado consumidor. Finalmente, na expansão, há uma maior quantidade de opções e recursos que se encontram longes dos centros de carga e podem ser considerados ao planejar o sistema, tornando mais barata a expansão do sistema.

Entretanto, devido à essa característica de interconexão do sistema, às dimensões do país e a quantidade de fontes de energia disponíveis (hidrelétrica, eólica, solar, termelétrica, entre outras), o processo de planejamento da operação e da expansão do SIN é bastante complexo. Por este motivo, foram desenvolvidos modelos computacionais com o objetivo de auxiliar o planejamento elétrico brasileiro. Estes modelos buscam otimizar operação e expansão do SIN, isto é, fazer um planejamento ótimo.

Dentre os modelos desenvolvidos, um dos principais é o NEWAVE. O NEWAVE é um modelo que foi desenvolvido pelo CEPEL[1] e utilizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) e pela Empresa de Pesquisas Energéticas (EPE) para o planejamento ótimo da operação e para estudos de expansão do SIN. É um modelo de planejamento ótimo da operação hidrotérmico, isto é, considera somente usinas hidrelétricas e termelétricas e simplifica a projeção da geração por meio de outras fontes, tais como eólica e solar. Somando-se a isto, este modelo não faz o planejamento da expansão do SIN.

No entanto, a matriz elétrica brasileira, atualmente, possui uma capacidade instalada significativa de usinas com fontes renováveis complementares, isto é, usinas fotovoltaicas e eólicas. Segundo o Plano Decenal de Expansão de Energia de 2024[2], havia 10 GW de capacidade instalada de usinas eólicas, em 2014, com uma projeção de chegar a 24 GW em 2024. Assim como havia 22 MW de capacidade instalada de usinas fotovoltaicas, em 2014, com uma projeção de chegar a 11 GW.

Além disso, recentemente, o Brasil, na Conferência das Partes 22 (COP 22), ratificou o Acordo de Paris. Este acordo visa a limitar o aumento de temperatura global em 2°C até o final do século em relação aos níveis pré-industriais, empreendendo esforços para limitar em 1,5°C. Os países que ratificaram este acordo comprometeram-se a cumprir uma série de metas, chamadas de NDC (*National Determined Contribution*), que têm por objetivo diminuir as emissões de gases de efeito estufa (GEE)[3]. Dentre estas, estão inclusas metas relativas ao aumento da participação de energias renováveis complementares na matriz elétrica brasileira.

Considerando-se estes fatores, é possível concluir que as energias renováveis complementares terão cada vez mais participação na matriz elétrica mundial, e, consequentemente, na brasileira. Portanto, o planejamento desta necessita considerar de forma adequada estas fontes de energia.

Não somente é necessário determinar as localidades que possuem potencial energético para estas fontes de energia, como também o investimento necessário para a instalação de novas usinas e o impacto destas em ambas operação e cronograma de expansão. Ademais, é necessário considerar como isto impactará a expansão da rede de transmissão.

Neste sentido, é importante destacar que a geração de energia por meio destas fontes é intermitente e suscetível ao clima. As usinas eólicas dependem do regime de

ventos para a produção de energia e as usinas fotovoltaicas dependem da irradiação solar ao longo dos dias. Consequentemente, a tarefa de planejamento elétrico tem sua complexidade aumentada ao considerar usinas eólicas e fotovoltaicas.

Os modelos de planejamento ótimo da operação e da expansão do SIN utilizados pelo ONS, EPE e CEPEL, atualmente, não tratam de forma adequada as energias fotovoltaica e eólica. De forma geral, a geração por meio dessas energias é calculada sem considerar as incertezas devidas a fatores climáticos e sem distinguir entre energias eólica e solar. Em outras palavras, projeta-se uma série de geração única que agrega todas as energias renováveis complementares.

Por isso, há a necessidade do desenvolvimento de um modelo de planejamento ótimo da operação e expansão que considere de forma mais adequada as energias renováveis complementares. Isto inclui suas incertezas, advindas dos fatores climáticos, que afetam as suas gerações e que levam em conta que a geração por meio dessas fontes é intermitente, de forma que o planejamento possa ser feito mais adequadamente.

Portanto, o objetivo deste trabalho será o desenvolvimento deste tipo de modelo, que irá considerar energias renováveis complementares (eólica, solar e biomassa) e suas incertezas na geração (vento, irradiação solar). Entretanto, não será modelado o problema de planejamento de expansão da rede de transmissão, somente o da expansão da geração. Porque esta dissertação será focada nos problemas relativos a operação e expansão da geração, e, portanto, este problema encontra-se fora do escopo da mesma.

Ademais, o trabalho propõe-se a analisar o impacto das energias renováveis complementares no planejamento da operação do SIN, como, por exemplo, no preço da energia. Ademais, preocupa-se em analisar qual é a participação delas no atendimento à demanda, e como se relacionam com outras fontes de energia, verificando possíveis sinergias. Por fim, objetiva-se analisar a possível matriz elétrica brasileira futura, investigando quais fontes terão mais participação, e se esta é uma grande emissora de gases de efeito estufa.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: o Capítulo 2 fará a revisão bibliográfica, abordando os diversos algoritmos utilizados para solucionar o problema; o Capítulo 3 abordará a metodologia, explicitando como o problema é modelado; o Capítulo 4 conterà um caso de estudo relativo ao planejamento da operação e outro relativo ao problema do planejamento da expansão. Por fim, no último capítulo, será exposta a conclusão do trabalho, incluindo possíveis trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Problema de planejamento do sistema elétrico

No setor elétrico, um dos problemas mais importantes é o fornecimento de energia elétrica de acordo com a demanda dos usuários, isto é, a operação do sistema elétrico. Estima-se que, anualmente, o custo da operação esteja na casa dos bilhões de reais. Portanto, é possível concluir que melhorias na operação visando a diminuição dos seus custos geraria uma enorme economia para o setor e, conseqüentemente, tarifas menores para os consumidores. Além disso, à medida que a demanda por energia aumenta, torna-se necessária a construção de novas usinas, de forma a evitar um reajuste excessivo do custo de operação. Segundo o Plano Decenal de Energia de 2024 (PDE 2024)[2], é esperado um investimento de R\$ 268 bilhões em novas usinas no período de 2015 a 2024.

O problema apresentado acima é conhecido como o problema de planejamento do sistema elétrico. Como o objetivo é a minimização de custos, pode-se dizer que é um problema de planejamento ótimo e, por consequência, de otimização.

Para uma melhor compreensão deste problema, este pode ser dividido em dois subproblemas: o de planejamento da operação do sistema e o de planejamento da expansão do sistema.

2.2 Planejamento da Operação

O problema de planejamento da operação consiste em operar o sistema elétrico com o menor custo possível. Devido à importância deste problema, ambos o ONS e a EPE utilizam modelos de otimização para a sua resolução, assim como diversas modelagens do problema já foram concebidas e diversos algoritmos para solucioná-lo foram projetados e utilizados.

No Brasil, modelou-se o problema como um de otimização estocástica. Entre

os diversos algoritmos desenvolvidos para resolver este problema, os dois principais são a programação dinâmica estocástica (PDE) e a programação dual dinâmica estocástica (PDDE).

2.2.1 Programação Dinâmica Estocástica

Inicialmente, este problema era resolvido por meio de programação dinâmica estocástica, que é preferida a um problema de programação linear. Porque uma solução determinística não tem a capacidade de levar em conta todas as incertezas existentes no planejamento da operação[4], tais como os dados climáticos, gerando soluções sub ótimas.

Diversos algoritmos foram criados utilizando a PDE. Em [5], modelou-se o problema com reservatórios equivalentes, agregando diversas usinas hidrelétricas em alguns poucos grandes reservatórios. Também desenvolveu-se em [6] uma modelagem com usinas individualizadas utilizando uma versão da PDE paralelizada. Por fim, desenvolveu-se uma solução utilizando PDE com algoritmos de Convex Hull em [7].

A programação dinâmica foi desenvolvida como um método para a resolução de problemas de tomada de decisão[7]. Em um problema desse tipo, uma decisão tomada em um estágio possui um impacto imediato, chamado de custo imediato, e um impacto nos próximos estágios em suas decisões, chamado de custo futuro. Por isso, tem-se como objetivo a minimização da soma dos custos imediato e futuro[8].

Como o planejamento da operação é um problema de decisão sequencial, a forma mais adequada de resolvê-lo é utilizando um algoritmo de programação dinâmica[7]. Somando-se a isso, por ser um problema estocástico, isto é, não determinístico, é utilizada a programação dinâmica estocástica, que possui a capacidade de tratar corretamente as incertezas do problema.

Ao utilizar a PDE como método de solução do problema da operação, é almejada a diminuição da soma dos custos imediato e futuro da operação. Para isto, é necessário construir uma função de custo futuro, para que, quando o problema de otimização de um estágio seja resolvido, este considere o custo futuro[8].

A solução para o problema de planejamento da operação utilizando programação dinâmica estocástica é apresentada abaixo:

- Primeiro, é necessário determinar o número de estados representativos de volume armazenado que serão considerados para cada usina hidrelétrica. Além do mais, é necessário determinar quais cenários de afluência serão utilizados no problema.
- Resolve-se o problema para cada estado representativo de volume armazenado e cenário de afluência para um estágio. Especificamente, começa-se a resolver

pelo último estágio e os dados de saída são armazenados para a sua posterior utilização no estágio anterior.

- De posse dos dados de custo imediato e de custo marginal deste estágio, é possível construir a função de custo futuro. Como estes dados estão disponíveis por volume armazenado e por afluência, teremos uma função de custo futuro não-linear.
- Após a construção da função de custo futuro, que é acrescentada ao problema do estágio anterior, é possível resolver este problema. E, sucessivamente, resolve-se o problema para todos os estágios.
- Por fim, são obtidos os dados de operação para todos os estágios, cenários de afluência e estados representativos de volume armazenado. Ademais, é obtido o custo total da operação.

Ao analisar a PDE, é possível observar que, à medida que o número de hidrelétricas e o número de estados relativos ao armazenamento aumenta, o espaço de estados cresce exponencialmente. Por exemplo, se há 10 usinas e 10 instantes de tempo, obtém-se 10^{20} estados. Isso é conhecido como "maldição da dimensionalidade" e é um dos principais motivos para a utilização da programação dual dinâmica estocástica pelo setor elétrico brasileiro. É por este motivo, também, que, neste trabalho, foi descartada a possibilidade de utilizar a PDE.

2.2.2 Programação Dual Dinâmica Estocástica

Devido à "maldição da dimensionalidade", outros métodos para a solução do problema de operação do sistema foram desenvolvidos. Um destes é a Programação Dual Dinâmica Estocástica (PDDE), que foi apresentada pela primeira vez em [9]. Varias extensões da PDD e PDDE foram consideradas: incorporar processos com dependências temporais em [10], [11], modelos avessos ao risco em [12], [13], [14], seleção de cortes em [15], [16], [17]. A análise de convergência do método foi feita em [18], [19] para problemas lineares, em [20] para problemas não lineares risco neutros e em [21] para problemas não lineares avessos ao risco.

De forma similar à PDE, a programação dual dinâmica estocástica também constrói funções de custo futuro para resolver o problema. No entanto, não há a necessidade da determinação de estados representativos do volume armazenado, já que a função de custo futuro é construída a partir do dual do problema, desta forma evitando a "maldição da dimensionalidade" [9].

Para a melhor compreensão da PDDE, primeiro será apresentada a programação dual dinâmica (PDD), que é aplicável somente a problemas de otimização deter-

minísticos. Com uma sólida compreensão da PDD, o estudo da PDDE é facilitado, e, por isso, essa é apresentada em seguida.

Programação Dual Dinâmica

Dado o problema de programação linear apresentado abaixo, deseja-se encontrar a solução ótima:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1x_1 + c_2x_2 \\ & A_1x_1 \geq b_1 \\ & A_2x_2 + E_1x_1 \geq b_2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Onde:

A_1 - Equações de restrição do primeiro instante de tempo.

c_1 - Vetor de custo de operação relativo ao primeiro instante de tempo.

x_1 - Variáveis relativas ao primeiro instante de tempo.

b_1 - Valor das equações de restrição do primeiro instante de tempo.

x_2 - Variáveis relativas ao segundo instante de tempo.

A_2 - Componente das equações de restrição do segundo instante de tempo relativa a x_2 .

c_2 - Vetor de custo de operação relativo ao segundo instante de tempo.

E_1 - Componente das equações de restrição do segundo de instante de tempo relativa a x_1 .

b_2 - Valor das equações de restrição do segundo instante de tempo.

O problema (2.1) pode ser pensado como um problema de dois estágios, o primeiro estágio pode ser definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1x_1 \\ & A_1x_1 \geq b_1 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Solucionando o problema (2.2), obtém-se a solução x_1^* , que é considerada a decisão tomada neste estágio. De posse da decisão do primeiro estágio, x_1^* , o problema de segundo estágio poderá ser solucionado, como é possível ver em (2.3).

$$\begin{aligned} \min \quad & c_2x_2 \\ & A_2x_2 \geq b_2 - E_1x_1^* \end{aligned} \tag{2.3}$$

Entretanto, a solução obtida para o problema não é a ótima. Isto ocorre porque a decisão que foi tomada no primeiro estágio ocorreu sem o conhecimento de seu impacto futuro, isto é, seu impacto no segundo estágio. Por isso, define-se uma função chamada de custo futuro. Esta função possibilita a tomada de decisão no primeiro estágio levando em conta os seus impactos futuros, porque ela é construída para representar estes impactos.

Portanto, a função objetivo do problema (2.2) é reescrita da seguinte forma:

$$\min \quad c_1 x_1 + \alpha(x_1) \quad (2.4)$$

Na expressão (2.4), há uma nova variável, $\alpha(x_1)$, que representa a função de custo futuro, definida em função de x_1 . Mais especificamente, $\alpha(x_1)$ é igual ao valor da função objetivo do problema de segundo estágio.

Ao analisar novamente o problema de segundo estágio(2.3), pode ser observado que, ao obter o seu dual, x_1 fará parte da função objetivo. Em específico, ao ser calculado o dual, é obtido o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \max \quad & \pi(b_2 - E_1 x_1) \\ & \pi A_2 \leq c_2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Como pode ser observado, a variável x_1 agora faz parte da função objetivo do problema de segundo estágio e não é mais parte integrante das equações de restrição. Conseqüentemente, é possível resolver o dual sem saber o valor de x_1 .

Como há um número finito de soluções básicas viáveis, existe um conjunto $\Pi = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^n\}$ de soluções básicas viáveis para o problema. No entanto, na prática, consegue-se encontrar a solução ótima de (2.5) com um n não muito grande. Com este conjunto, é possível reescrever o problema como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \\ & \alpha \geq \pi^1(b_2 - E_1 x_1) \\ & \alpha \geq \pi^2(b_2 - E_1 x_1) \\ & \vdots \\ & \alpha \geq \pi^n(b_2 - E_1 x_1) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ao resolver (2.6), obtém-se a solução ótima do problema de segundo estágio, e, por consequência, o valor do custo futuro ótimo. Além disso, é possível observar que a função de custo futuro é uma função linear por partes.

Adicionando-se as restrições de (2.6) a (2.2), seria possível obter ambos os custos imediato e futuro ótimos. Entretanto, a obtenção do conjunto Π é muito custosa computacionalmente. Apesar disso, é possível obter um subconjunto de Π e, por consequência, obter uma solução ótima para o problema.

Portanto, desenvolve-se um algoritmo com o objetivo de construir de forma iterativa o subconjunto de Π . Isto é possível já que as soluções viáveis do dual são os valores de custo marginal do problema primal. Ao se obter a solução do problema de segundo estágio, é possível obter os custos marginais e, conseqüentemente, uma das restrições de (2.6), a qual é chamado de corte. Com isto, os dois estágios podem ser resolvidos novamente e obter-se, de forma iterativa, um subconjunto de Π .

Estes cortes podem ser reescritos utilizando o valor da função objetivo, w^* , que é igual a $\pi^*(b_2 - E_1 x_1^*)$ de forma representar mais adequadamente a função de custo futuro. O corte pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\alpha \geq w^* + \pi^* E_1(x_1^* - x_1) \quad (2.7)$$

É possível, agora, construir o algoritmo de programação dual dinâmica, que é explicitado abaixo:

1. Primeiro, são definidas as variáveis $\underline{z} = 0$ e $\bar{z} = +\infty$. Onde \underline{z} é o valor da função objetivo do primeiro estágio e \bar{z} é o valor da solução do problema de dois estágios. A solução só será considerada ótima se $\bar{z} - \underline{z} \leq \varepsilon$, onde ε é um valor de tolerância. Em outras palavras, quando a solução do primeiro estágio somada ao custo futuro tiver um valor muito próximo do obtido pela solução dos dois estágios.
2. Resolve-se, primeiramente, o problema de primeiro estágio (2.8) e calcula-se $\underline{z} = c_1 x_1^* + \alpha$.

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + \alpha \\ & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & \alpha \geq w^* + \pi^i E_1(x_1^* - x_1) \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.8)$$

3. Logo após, resolve-se o problema de segundo estágio (2.3) e calcula-se $\bar{z} = c_1 x_1^* + c_2 x_2^*$.
4. Por fim, é verificado se $\bar{z} - \underline{z} \leq \varepsilon$. Caso seja, a solução ótima foi encontrada e a execução do algoritmo é interrompida. Caso contrário, calcula-se o corte, com os valores de custo marginal, e executa-se o passo 2 novamente.

Com este algoritmo, é possível resolver o problema de dois estágios. Entretanto, a maioria dos problemas de otimização estocástica não contém somente dois estágios, isto é, são problemas multi-estágios, como o problema abaixo:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \\ & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & A_2 x_2 + E_1 x_1 \geq b_2 \\ & \vdots \\ & A_n x_n + E_{n-1} x_{n-1} \geq b_n \end{aligned} \quad (2.9)$$

Onde:

A_n - Componente das equações de restrição do instante de tempo n relativa a x_n .

E_{n-1} - Componente das equações de restrição do instante de tempo $n - 1$ relativa a x_{n-1} .

x_n - Variáveis relativas ao instante de tempo n .

x_{n-1} - Variáveis relativas ao instante de tempo $n - 1$.

b_n - Valor das equações de restrição do instante de tempo n .

De forma similar ao problema de dois estágios, podemos dividir o problema multi-estágio em diversos problemas de um único estágio como em (2.10).

$$\begin{aligned} \min \quad & c_i x_i \\ A_i x_i & \geq b_i - E_{i-1} x_{i-1}^* \end{aligned} \quad (2.10)$$

Para resolver este problema, este é abordado de forma recursiva. Inicialmente, divide-se o problema multi-estágio em dois estágios. O primeiro estágio, compreendendo somente o primeiro instante de tempo; o segundo estágio, compreendendo a todos os instantes de tempo restantes. O segundo estágio, depois, também é dividido em dois estágios da mesma forma, e, assim, recursivamente, executa-se este processo até chegar ao instante de tempo $n - 1$.

Por meio desta abordagem, isto é, com a utilização da técnica de recursão, o algoritmo para o problema multi-estágio pode ser definido da seguinte forma:

1. Primeiro, define-se as variáveis $\underline{z} = 0$ e $\bar{z} = +\infty$, onde \underline{z} é o valor da função objetivo do primeiro estágio e \bar{z} é o valor da solução do problema com todos os estágios. A solução só será considerada ótima se $\bar{z} - \underline{z} \leq \varepsilon$, isto é, quando a solução do primeiro estágio somada ao custo futuro for tiver um valor muito próximo do obtido pela solução dos todos os estágios.
2. Resolve-se, primeiramente, o problema de primeiro estágio (2.8) e é calculado $\underline{z} = c_1 x_1^* + \alpha$.
3. Após isto, resolve-se, de forma iterativa, os problemas dos instantes de tempo restantes ($t = 2, \dots, n$) (2.11). Esta etapa é chamada de *forward*.

$$\begin{aligned} \min \quad & c_t x_t + \alpha \\ A_t x_t & \geq b_t - E_{t-1} x_{t-1}^* \\ \alpha & \geq w_{t+1}^* + \pi^i E_t(x_t^* - x_t) \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.11)$$

4. O próximo passo é verificar se $\bar{z} - \underline{z} \leq \varepsilon$. Caso seja, a solução ótima foi encontrada e a execução do algoritmo é interrompida. Caso contrário, é necessário calcular os cortes para todos os instantes de tempo do problema, exceto o último. Esta etapa é chamada de *backward*.
5. Na etapa *backward*, executa-se todos os instantes de tempo na ordem inversa, isto é, inicia-se a execução em $t = n$ e termina em $t = 2$. Para cada instante

de tempo, é resolvido seu problema correspondente, calculado o corte, e este é adicionado ao conjunto de restrições do instante de tempo anterior. Após a determinação dos cortes para todos os instantes de tempo, retorna-se ao passo 2 e é iniciada a execução de uma nova iteração.

Com este algoritmo, é possível solucionar o problema multi-estágio. É importante destacar o uso da técnica de recursão para a obtenção da solução ótima em ambas as etapas do algoritmo descrito acima.

Apesar de ter sido desenvolvido um algoritmo adequado para resolver um problema de otimização multi-estágio, este não é adequado para a solução do problema proposto neste trabalho, por conter incertezas que não podem ser ignoradas ao solucioná-lo. Por isso, é necessário o desenvolvimento de um algoritmo que leve em conta estas incertezas, isto é, um algoritmo que seja capaz de resolver problemas de otimização estocástica, o qual será apresentado na seção a seguir.

Programação Dual Dinâmica Estocástica

Dado o problema de programação linear apresentado abaixo, deseja-se encontrar a solução ótima:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1x_1 + p_1c_{21}x_{21} \cdots + p_m c_{2m}x_{2m} \\
 & A_1x_1 \geq b_1 \\
 & A_{21}x_{21} + E_1x_1 \geq b_{21} \\
 & \vdots \\
 & A_{2m}x_{2m} + E_1x_1 \geq b_{2m}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Onde:

A_1 - Equações de restrição do primeiro instante de tempo.

x_1 - Variáveis relativas ao primeiro instante de tempo.

b_1 - Valor das equações de restrição do primeiro instante de tempo.

x_{21} - Variáveis relativas ao segundo instante de tempo e ao cenário 1.

A_{21} - Componente das equações de restrição do segundo instante de tempo relativa a x_{21} .

E_1 - Componente das equações de restrição do segundo de instante de tempo relativa a x_1 .

b_{21} - Valor das equações de restrição do segundo instante de tempo relativas ao cenário 1.

x_{2m} - Variáveis relativas ao segundo instante de tempo e ao cenário m.

A_{2m} - Componente das equações de restrição do segundo instante de tempo relativa a x_{2m} .

b_{2m} - Valor das equações de restrição do segundo instante de tempo relativas ao cenário m .

De forma similar ao problema determinístico, este problema pode ser dividido em dois estágios. O primeiro estágio será definido de forma igual ao caso determinístico, representado em (2.2).

Ao resolver o problema (2.2), é obtida a solução x_1^* . Com esta solução, é possível resolver o problema de segundo estágio, que é definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & p_1 c_{21} x_{21} \cdots + p_m c_{2m} x_{2m} \\
 & A_{21} x_{21} + E_1 x_1 \geq b_{21} \\
 & \vdots \\
 & A_{2m} x_{2m} + E_1 x_1 \geq b_{2m}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Onde:

p_i - Probabilidade de ocorrência do cenário i . Sendo que $\sum_{i=1}^m p_i = 1$.

É possível observar que, no segundo estágio, são definidas m equações de restrição e m variáveis, diferentemente de somente uma equação de restrição e uma variável no problema determinístico. Isto ocorre devido ao fato de vários cenários distintos serem possíveis no segundo estágio, que surgem por alguma incerteza do problema que não pode ser ignorada ao fazer sua modelagem. No caso específico deste trabalho, as incertezas ocorrem devido ao planejamento da operação depender de fatores climáticos, como chuvas, vento e irradiação solar.

Ao analisar (2.13), é possível concluir que este problema pode ser separado em m problemas independentes da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & p_i c_{2i} x_{2i} \\
 & A_{2i} x_{2i} + E_1 x_1 \geq b_{2i}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Ao solucionar os problemas do segundo estágio, é obtida uma solução viável para o problema. Entretanto, esta solução não é ótima, porque a decisão tomada no primeiro estágio não levou em conta os seus impactos no segundo estágio. Assim como foi feito na PDD, é necessária a construção de uma função de custo futuro de forma que a solução do primeiro estágio seja obtida levando em conta não somente os seus impactos imediatos, mas também os seus impactos futuros.

Para isto, a função de objetivo de (2.2) é reescrita da seguinte forma:

$$\min \quad c_1 x_1 + \bar{\alpha}(x_1) \tag{2.15}$$

Na função objetivo concebida em (2.15), foi definida a variável $\bar{\alpha}(x_1)$, que seria a função de custo futuro, calculada em função de x_1 , $\bar{\alpha}(x_1)$ seria igual ao valor da função objetivo do problema de segundo estágio.

Similarmente à decomposição do problema de segundo estágio em m problemas independentes, pode-se definir o valor de $\bar{\alpha}$ como a soma dos valores da função objetivo de cada um desses problemas independentes. A variável $\bar{\alpha}$ pode ser escrita como:

$$\bar{\alpha}(x_1) = p_1 c_{21} x_{21} + \cdots + p_i c_{2i} x_{2i} + \cdots + p_m x_{2m} \quad (2.16)$$

Definindo a variável $\alpha_i = c_{2i} x_{2i}$ pode-se reescrever (2.16) como:

$$\bar{\alpha}(x_1) = p_1 \alpha_1 + \cdots + p_i \alpha_i + \cdots + p_m \alpha_m \quad (2.17)$$

Ao observar (2.17), pode-se concluir que a função de custo futuro do primeiro estágio é a soma ponderada das funções de custo futuro de cada cenário do problema. Em outras palavras, a função de custo futuro é, na verdade, o custo esperado da operação no segundo estágio do problema. Isso ocorre por causa das incertezas do problema e porque $\bar{\alpha}$ é representada, matematicamente, como a média ponderada das funções de custo futuro para cada cenário.

Somando-se a isto, ao analisar novamente o problema (2.14), pode ser observado que, de forma similar ao problema determinístico, a variável x_1 não faz parte mais das restrições em seu dual.

De forma análoga ao problema determinístico, pode ser definida a seguinte restrição:

$$\alpha_i \geq \pi^i (b_{2i} - E_1 x_1) \quad (2.18)$$

Com (2.18) e (2.17), é possível definir o corte para o primeiro instante de tempo:

$$\bar{\alpha} \geq (p_{21} w_{21}^* + \cdots + p_{2m} w_{2m}^*) + (p_{21} \pi_{21} + \cdots + p_{2m} \pi_{2m}) E_1 (x_1^* - x_1) \quad (2.19)$$

Definindo $\bar{w} = p_{21} w_{21}^* + \cdots + p_{2m} w_{2m}^*$ e $\bar{p}^i = p_{21} \pi_{21} + \cdots + p_{2m} \pi_{2m}$, pode-se reescrever o problema (2.19) da seguinte forma:

$$\bar{\alpha} \geq \bar{w} + \bar{\pi} E_1 (x_1^* - x_1) \quad (2.20)$$

Com isto, é possível construir o algoritmo de programação dual dinâmica estocástica:

1. Primeiro, define-se as variáveis $\underline{z} = 0$ e $\bar{z} = +\infty$, onde \underline{z} é o valor da função objetivo do primeiro estágio e \bar{z} é o valor da solução do problema de dois estágios. A solução só será considerada ótima se $\bar{z} - \underline{z} \leq \varepsilon$, isto é, quando a solução do primeiro estágio somada ao custo futuro tiver um valor muito

próximo do obtido pela solução dos dois estágios.

2. Resolve-se, primeiramente, o problema de primeiro estágio, e calcula-se $\underline{z} = c_1 x_1^* + \bar{\alpha}$.

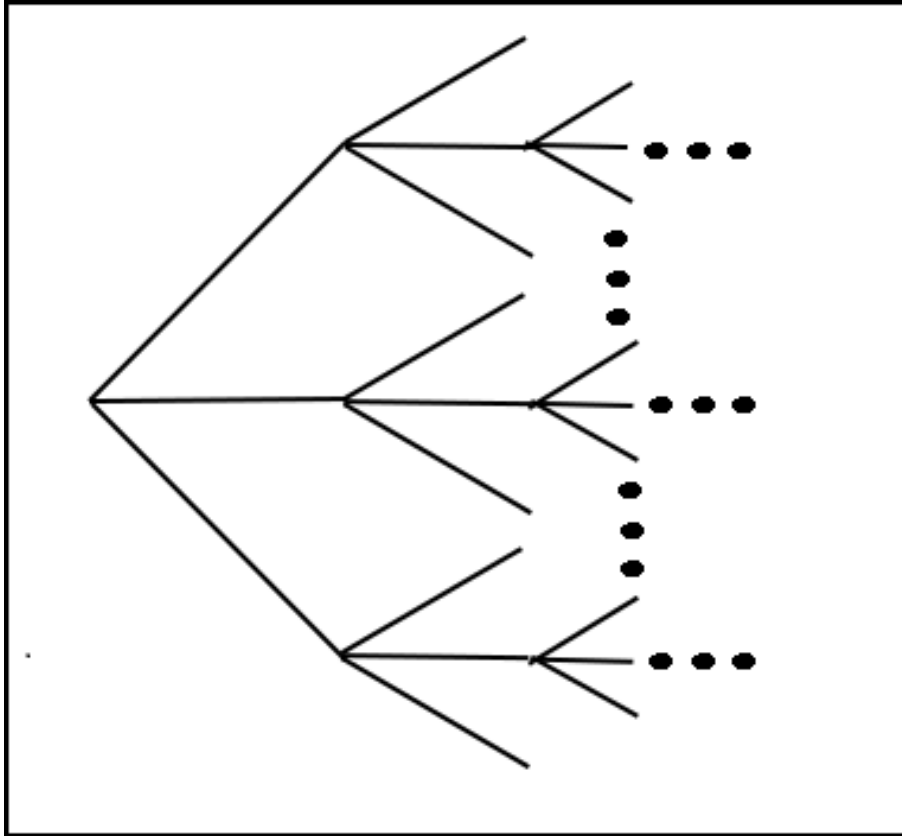
$$\begin{aligned} \min \quad & c_1 x_1 + \alpha \\ & A_1 x_1 \geq b_1 \\ & \alpha \geq \bar{w} + \bar{\pi}^i E_1(x_1^* - x_1) \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{2.21}$$

3. Logo após, resolve-se, de forma iterativa, os problemas correspondentes ao problema de segundo estágio. Isto é, resolve-se os problemas correspondentes a todos os cenários ($i=1, \dots, m$) (2.14). Após isto, calcula-se $\bar{z} = c_1 x_1^* + c_{21} x_{21}^* + \dots + c_{2m} x_{2m}^*$.
4. Por fim, é verificado se $\bar{z} - \underline{z} \leq \varepsilon$. Caso seja menor que ε , a solução ótima foi encontrada e termina-se a execução do algoritmo. Caso contrário, calcula-se o corte, com os valores de custo marginal e de função objetivo, e executa-se o passo 2 novamente.

Com este algoritmo, é possível solucionar problemas de dois estágios. A mesma ideia pode ser aplicada para a solução dos de multi-estágios.

No de multi-estágio, cada um possuirá m cenários, isto é, para cada cenário de um estágio anterior, o próximo terá m cenários novos. Em outras palavras, a estrutura assumida pelo problema multi-estágios é de uma árvore, como pode ser visto na Figura 2.1.

Figura 2.1: Representação da árvore de cenários geradas pelo algoritmo da PDDE.



Aplicando-se a mesma ideia do algoritmo desenvolvido para o problema de dois estágios, o algoritmo de programação dual dinâmica estocástica para problemas multi-estágio é exposto abaixo:

1. Primeiro, define-se as variáveis $\underline{z} = 0$ e $\bar{z} = +\infty$, onde \underline{z} é o valor da função objetivo do primeiro estágio e \bar{z} é o valor da solução do problema de dois estágios. A solução só será considerada ótima se $\bar{z} - \underline{z} \leq \varepsilon$, isto é, quando a solução do primeiro estágio somada ao custo futuro tiver um valor muito próximo do obtido pela solução dos todos os estágios.
2. Resolve-se, primeiramente, o problema de primeiro estágio (2.21), e calcula-se $\underline{z} = c_1 x_1^* + \bar{\alpha}$.
3. Após isto, de forma iterativa, são resolvidos os problemas de todos os cenários ($i = 1, \dots, m$) para cada instante de tempo ($t=2, \dots, n$). Esta etapa é chamada de etapa *forward*.
4. O próximo passo é calcular \bar{z} e verificar se $\bar{z} - \underline{z} \leq \varepsilon$. Caso seja menor que ε , o algoritmo encontrou uma solução ótima e deve ser interrompida a sua execução. Caso contrário, é necessário calcular os cortes para todos os instantes de tempo e cenários do problema. Esta etapa é chamada de etapa *backward*.

5. Na etapa *backward*, executa-se o problema para todos os cenários e para todos os instantes de tempo, começando a execução pelo último instante de tempo e terminando no segundo instante de tempo. Para cada instante de tempo, resolve-se os problemas correspondentes a este instante de tempo e calcula-se o corte, que é adicionado aos problemas do instante de tempo anterior. Após finalizar o cálculo de todas os cortes, retorna-se ao passo 2 e é iniciada a execução de uma nova iteração.

É fácil concluir, ao analisar o algoritmo desenvolvido, que o número de problemas por estágio cresce de maneira exponencial, pois se temos n instantes de tempo e m cenários, a árvore terá m^n cenários. Isto é chamado de "maldição da dimensionalidade". Conseqüentemente, à medida que ocorre o aumento do número de cenários e instantes de tempo, o custo computacional para a resolução do problema cresce de forma exponencial.

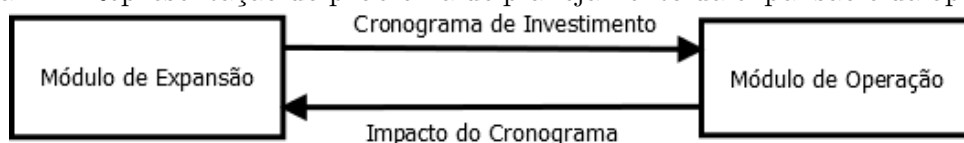
Devido à "maldição da dimensionalidade", resolve-se apenas um subconjunto dos problemas gerados por meio da PDDE. Em específico, após a construção da árvore de cenários da PDDE, escolhe-se um subconjunto das possíveis seqüências desta árvore. Esta escolha é feita de maneira a se solucionar um problema representativo de sua versão completa.

2.3 Planejamento da Expansão

O problema de planejamento de expansão consiste em determinar o cronograma de expansão menos custoso possível para garantir a continuidade de uma operação a um custo mínimo. Desta forma, é fundamental para garantir um sistema elétrico robusto e barato. Para solucioná-lo, é necessário resolvê-lo de forma integrada com o problema da operação.

Este problema também pode ser considerado um problema de otimização estocástica e resolvido por meio da técnica de decomposição de Benders[22], dividindo-o em dois subproblemas, um de operação e outro de expansão, como feito em [23] e [24], onde o subproblema de expansão, ao ser resolvido, gera o cronograma de investimentos, que é utilizado no problema de operação para ver se este é adequado, como pode ser visto na Figura 2.2.

Figura 2.2: Representação do problema de planejamento da expansão e da operação.



O problema de expansão pode ser considerado como um de programação

mista, onde as variáveis inteiras representariam a parte da expansão e as variáveis contínuas, a parte da operação, como no exemplo abaixo:

$$\begin{aligned} \min \quad & cx + dy \\ & Ax \geq b \\ & Ey + Fx \geq g \end{aligned} \tag{2.22}$$

Onde:

A - Equações de restrição relativas à expansão.

x - Variáveis do problema de expansão.

b - Valor das equações de restrição relativas à expansão.

E - Equações de restrição relativas à operação.

F - Equações de restrição relativas à expansão que fazem parte do problema de operação.

g - Valor das equações de restrição relativas à operação.

y - Variáveis do problema de operação.

Para resolver (2.22) por meio da técnica de decomposição de Benders[22], este pode ser dividido em dois subproblemas: o da operação e o da expansão. Resolve-se primeiro o de expansão, determinando um cronograma de investimentos, e, depois, o de operação, considerando a expansão determinada anteriormente. Isto é feito de forma iterativa até encontrar o cronograma adequado.

Assim, pode-se escrever o problema do primeiro estágio, que é o de expansão, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & cx + \alpha \\ & Ax \geq b \end{aligned} \tag{2.23}$$

Após a resolução do problema de primeiro estágio, é obtido x^* e o de segundo estágio pode ser resolvido, sendo representado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & dy \\ & Ey \geq g - Fx^* \end{aligned} \tag{2.24}$$

Ao analisar (2.24), pode ser observado que, ao obter o seu dual, x fará parte da função objetivo, como pode ser visto abaixo:

$$\begin{aligned} \max \quad & \pi(g - Fx^*) \\ & \pi E \geq d \end{aligned} \tag{2.25}$$

De forma análoga ao problema de operação, (2.25) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
& \min \quad \alpha \\
& \alpha \geq \pi_1(g - Fx) \\
& \quad \vdots \\
& \alpha \geq \pi_i(g - Fx)
\end{aligned} \tag{2.26}$$

A restrição $\alpha \geq \pi_i(g - Fx)$ pode ser reescrita como $\alpha \geq w^* \pi_i F(x - x^*)$ e (2.26) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
& \min \quad \alpha \\
& \alpha \geq w^* - \pi_1 F(x - x^*) \\
& \quad \vdots \\
& \alpha \geq w^* - \pi_i F(x - x^*)
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Ao resolver (2.27), a solução ótima para o problema de segundo estágio é obtida, e, conseqüentemente, o valor do custo futuro ótimo. Sendo assim, é possível, também, resolver o problema de primeiro estágio e obter sua solução ótima.

No entanto, obter todas as soluções π do conjunto de soluções viáveis é computacionalmente muito custoso. Considerando isto, propõe-se obter iterativamente elementos deste conjunto, de forma a resolver o problema com um subconjunto deste.

Portanto, pode ser desenvolvida uma solução que resolve iterativamente o problema, que é explicitada abaixo:

1. Primeiro, define-se as variáveis $\underline{z} = 0$ e $\bar{z} = +\infty$, onde \underline{z} é o valor da função objetivo do primeiro estágio e \bar{z} é o valor da solução do problema de dois estágios. A solução só será considerada ótima se $\underline{z} - \bar{z} \leq \epsilon$, isto é, quando a solução do primeiro estágio somada ao custo futuro for igual ao valor da solução dos dois estágios somada.
2. Resolve-se, primeiramente, o problema de primeiro estágio e calcula-se $\underline{z} = cx^* + \alpha$.

$$\begin{aligned}
& \min \quad cx + \alpha \\
& Ax \geq b \\
& \alpha \geq w^* - \pi_i F(x - x^*) \quad i = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{2.28}$$

3. Após isto, resolve-se o problema de segundo estágio(2.24) e calcula-se $\bar{z} = cx^* + dy^*$.
4. Por fim, é verificado se $\bar{z} - \underline{z} \leq \epsilon$. Caso seja igual a zero, a solução ótima foi encontrada e a execução do algoritmo é terminada. Caso contrário, calcula-se o corte, com os valores de custo marginal e função objetivo, e executa-se o passo 2 novamente.

Como o problema de planejamento da operação e expansão sempre será um problema de dois estágios, este algoritmo é capaz de resolvê-lo.

Capítulo 3

Método Proposto

Para fazer a modelagem do planejamento da operação e expansão do sistema elétrico incluindo fontes renováveis complementares, foi necessário o estudo de como modelar o problema. Ao ser finalizado, observou-se que a metodologia mais adequada a ser utilizada para a modelagem é a otimização estocástica, sendo usada a PDDE e a técnica de decomposição de Benders[22] para a solução do problema modelado.

Para a implementação do modelo, da PDDE e da técnica de decomposição de benders, foi escolhida a linguagem de programação *Python*, devido ao fato de possuir bibliotecas que atendem a todas as necessidades do desenvolvimento e, também, porque os solvers disponíveis no mercado possuem API para Python. Em específico, foi escolhido o solver Mosek.

Entretanto, não é necessário somente determinar a modelagem matemática do problema e como esta será implementada, mas também, como serão gerados os dados climáticos. Em outras palavras, como serão gerados os dados de chuva, velocidade de vento e irradiação solar.

Por fim, é necessário determinar como será modelado o sistema elétrico. Isto é, como serão representados os diversos componentes do sistema elétrico, tais como as usinas hidrelétricas, as linhas de transmissão, os dados climáticos, etc. Por isso, primeiro será apresentado como a modelagem do sistema elétrico é feita. Depois, como o problema é modelado matematicamente e, por fim, como são gerados os dados climáticos.

3.1 Representação do Sistema Elétrico

O sistema elétrico brasileiro é composto por usinas, que são hidrelétricas, termelétricas, eólicas e fotovoltaicas, e linhas de transmissão. Além disso, ao fazer a análise da operação do sistema elétrico, considera-se a demanda e os dados climáticos. Para modelar o problema, é necessário determinar como representar estes componentes do sistema elétrico.

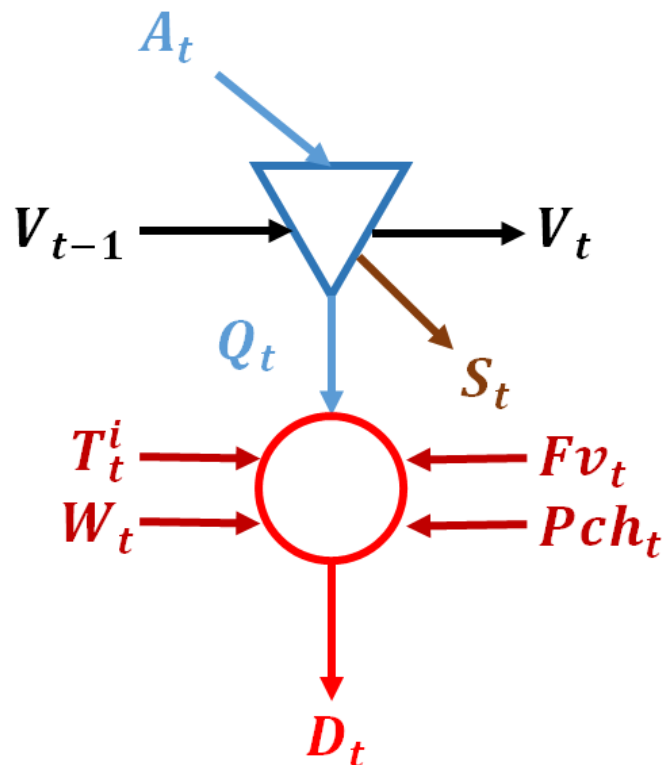
Ao analisar o parque hidrelétrico brasileiro, é possível observar que, pela quantidade de usinas que o compõe, a complexidade de se modelar o problema com usinas individualizadas torna-o muito complexo. Isto ocorre devido ao fato de cada usina hidrelétrica possuir sua própria série de vazões, requerendo a projeção de vazões por usina. Por isso, representar-se-á o parque hidrelétrico de forma simplificada, com a agregação de usinas hidrelétricas em grandes reservatórios, os quais terão uma afluência, capacidade de armazenamento e geração equivalentes.

Além do mais, ao representar os reservatórios de forma agregada, torna-se necessário determinar quais usinas termelétricas, eólicas e fotovoltaicas estarão conectadas a cada um desses reservatórios. Também é necessário determinar as linhas de intercâmbio e a demanda agregada delas.

Por fim, é importante destacar que os dados de irradiação solar e velocidade de vento, cujas fontes de energia têm geração intermitente, não serão incluídos nesta representação, pois não são passíveis de armazenamento. Toda a irradiação solar e velocidade de vento são aproveitadas para a geração de energia. Em outras palavras, somente a representação da geração de energia fotovoltaica e solar já é suficiente.

Os reservatórios agregados, por conterem este conjunto de informação atrelado a eles, então, serão chamados submercados ou subsistemas. Gráficamente, os submercados podem ser representados como apresentado na Figura 3.1 abaixo.

Figura 3.1: Representação de um submercado do sistema elétrico brasileiro.



Na Figura 3.1 são definidas as seguintes variáveis:

- Q_t - Representa a geração de energia por meio da hidrelétrica equivalente do submercado para o instante de tempo t , causando um esvaziamento do reservatório.
- T_t^i - Representa a geração de energia no instante de tempo t por meio da usina termelétrica i atrelada a este submercado.
- W_t - Representa a geração de energia no instante de tempo t por meio das usinas eólicas atreladas a este submercado.
- Fv_t - Representa a geração de energia no instante de tempo t por meio das usinas fotovoltaicas atreladas a este submercado.
- Pch_t - Representa a geração de energia no instante de tempo t por meio das pequenas centrais hidrelétricas atreladas a este submercado.
- A_t - Representa a energia afluyente ao reservatório equivalente deste submercado no instante de tempo t , enchendo o reservatório.
- V_t - Representa o volume armazenado no reservatório equivalente deste submercado no instante de tempo t .
- D_t - Representa a demanda de energia deste submercado no instante de tempo t .
- S_t - Representa o volume de água vertido pela usina hidrelétrica equivalente deste submercado no instante de tempo t , causando um esvaziamento do reservatório. Somente ocorre em caso de transbordamento do reservatório.

Com isto, é possível, ao modelar o problema, representar de forma adequada as variáveis que o compõem. Somando-se a isto, esta representação por submercado simplifica a concepção de diversas representações do SIN, tornando possível o usuário determinar o número de submercados, intercâmbios e usinas termelétricas sem a necessidade de mudanças na modelagem.

3.2 Modelagem do Problema

O planejamento da operação e expansão do sistema elétrico é, como já visto anteriormente, um problema de atendimento a demanda de energia com o mínimo custo para operar e expandir o sistema elétrico.

Entretanto, devido ao fato do sistema elétrico brasileiro possuir usinas hidrelétricas, eólicas e fotovoltaicas, diversas incertezas são acrescentadas no planejamento da operação e expansão do SIN. Isto ocorre porque os dados de chuvas,

velocidade do vento e irradiação solar contêm incertezas que não podem ser ignoradas pelo planejador. Por isto, o problema será modelado como um de otimização estocástica.

O planejamento da operação e da expansão do sistema, ao ser modelado, será separado em dois subproblemas, o de operação e o de expansão. Primeiro, determina-se o cronograma de expansão, e, logo após isto, resolve-se o problema da operação com este cronograma. Os resultados são utilizados para determinar uma expansão mais adequada para o SIN.

Por isto, primeiro será exposta a modelagem do planejamento da operação e, depois, a do planejamento de expansão.

3.2.1 Operação

O objetivo do planejamento da operação é minimizar os custos da operação do sistema elétrico, atendendo de forma satisfatória a demanda por energia. Como está sendo modelado como um problema de otimização, isto significa que a sua função objetivo será composta pelo somatório dos custos de operação das usinas que compõem o SIN ao longo do tempo.

Na modelagem, as usinas hidrelétricas, eólicas e fotovoltaicas serão consideradas como tendo custo nulo de operação. Isto é determinado, primeiramente, porque as usinas hidrelétricas possuem um custo de operação muito baixo, podendo ser considerado nulo. E, ademais, as usinas eólicas e fotovoltaicas sempre são despachadas, independentemente de seus custos, e, por isso, serão consideradas na modelagem como tendo custo nulo.

Consequentemente, a função objetivo só conterá custos de operação relativos a usinas termelétricas, como é mostrado abaixo:

$$\min \sum_{c=1}^C p_c \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} \sum_{i \in TO_k} c_{T,i,k}^{o,t,c} \quad (3.1)$$

Onde:

$c_{T,i,k}^{o,t,c}$ - Custo de operação da usina termelétrica i pertencente ao submercado k no instante de tempo t .

TO_k - Conjunto de usinas termelétricas de operação existentes no submercado k .

p_c - Probabilidade de ocorrência do cenário c .

Entretanto, ao se planejar a operação do sistema elétrico, depara-se com uma série de restrições relativas à operação das usinas e da transmissão de energia entre submercados.

A primeira dessas restrições é chamada de balanço hídrico, o qual é relativo às

usinas hidrelétricas de um submercado. Ao gerar energia por meio de uma usina hidrelétrica, é necessário considerar o volume armazenado em seu reservatório e a sua vazão afluyente. A restrição garante a geração de energia hidrelétrica seja limitada à soma do volume armazenado com a sua vazão afluyente. Além do mais, garante que a soma do volume armazenado no instante de tempo seguinte com o vertido e o utilizado para a geração de energia seja igual à soma do volume armazenado com a vazão afluyente. Matematicamente, a restrição é representada da seguinte forma:

$$V_k^{t,c} + Q_k^{t,c} + S_k^{t,c} - V_k^{t-1,c} = A_k^{t,c} \quad (3.2)$$

Onde:

$V_k^{t,c}$ - Volume armazenado no reservatório do submercado k no instante de tempo t e cenário c.

$Q_k^{t,c}$ - Geração de energia hidrelétrica do submercado k no instante de tempo t e cenário c.

$S_k^{t,c}$ - Volume vertido no submercado k no instante de tempo t e cenário c.

$A_k^{t,c}$ - Vazão afluyente ao reservatório do submercado k no instante de tempo t e cenário c.

A segunda dessas restrições é chamada de balanço energético, o qual é relativo ao atendimento à demanda de energia de um submercado. É necessário garantir que, primeiro, a soma da geração de energia por meio das diversas fontes disponíveis no SIN seja igual à demanda de energia existente. Além disso, é necessário garantir que o intercâmbio de energia entre os subsistemas seja limitado pelo máximo de energia que possa ser gerada sem prejudicar o atendimento à demanda. A restrição é definida da seguinte forma:

$$\sum_{i \in TO_k} T_{i,k}^{t,c} + Q_k^{t,c} + \sum_{j \in WO_k} W_{j,k}^{t,c} + \sum_{l \in FvO_k} Fv_{l,k}^{t,c} + \sum_{m \in PchO_k} Pch_{m,k}^{t,c} + \sum_{ic \in Ik} I_{ic} = D_k^t - Def_k^{t,c} \quad (3.3)$$

Onde:

WO_k - Conjunto de usinas eólicas de operação existentes no submercado k.

FvO_k - Conjunto de usinas fotovoltaicas de operação existentes no submercado k.

$PchO_k$ - Conjunto de pequenas centrais hidrelétricas de operação existentes no submercado k.

$Def_k^{t,c}$ - Usina de déficit, existente para garantir o atendimento à demanda mesmo quando não seja possível fazê-lo com as usinas do SIN.

I_{ic} - Linha de intercâmbio ic pertencente ao submercado k.

Ik - Conjunto de linhas de intercâmbio pertencentes ao submercado k.

Por fim, existem as restrições de limite de geração de energia, intercâmbio entre subsistemas e armazenamento. Tais restrições são necessárias para garantir que sejam respeitados os limites de geração, intercâmbio e armazenamento.

Ao definir as restrições de limites, o problema da operação pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{c=1}^C p_c \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} \sum_{i \in TO} C_{T_{i,k}}^{t,c} \\
& V_k^{t,c} + Q_k^{t,c} + S_k^{t,c} - V_k^{t-1,c} = A_k^{t,c} \\
\sum_{i \in TO_k} T_{i,k}^{t,c} + Q_k^{t,c} + \sum_{j \in WO_k} W_{j,k}^{t,c} + \sum_{l \in FvO_k} Fv_{l,k}^{t,c} + \sum_{m \in PchO_k} Pch_{m,k}^{t,c} + \sum_{ic \in Ik} I_{ic} = D_k^{t,c} - Def_k^{t,c} \\
& V_k^{t,c} \leq \overline{V_k^{t,c}} \\
& Q_k^{t,c} \leq \overline{Q_k^{t,c}} \\
& S_k^{t,c} \leq \overline{S_k^{t,c}} \\
& T_{i,k}^{t,c} \leq \overline{T_{i,k}^{t,c}} \\
& W_{j,k}^{t,c} \leq \overline{W_{j,k}^{t,c}} \\
& Fv_{l,k}^{t,c} \leq \overline{Fv_{l,k}^{t,c}} \\
& Pch_{m,k}^{t,c} \leq \overline{Pch_{i,k}^{t,c}} \\
& V_k^{t,c} \geq \underline{V_k^{t,c}} \\
& Q_k^{t,c} \geq \underline{Q_k^{t,c}} \\
& S_k^{t,c} \geq \underline{S_k^{t,c}} \\
& T_{i,k}^{t,c} \geq \underline{T_{i,k}^{t,c}} \\
& W_{j,k}^{t,c} \geq \underline{W_{j,k}^{t,c}} \\
& Fv_{l,k}^{t,c} \geq \underline{Fv_{l,k}^{t,c}} \\
& Pch_{m,k}^{t,c} \geq \underline{Pch_{m,k}^{t,c}}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Finalmente, o planejamento de operação pode ser determinado por meio de um problema de programação linear. Entretanto, como a metodologia de solução deste problema escolhida é a PDDE, é necessário determinar mais um tipo de restrição: os cortes.

Para a construção dos cortes, somente os dados de custo marginal de armazenamento serão considerados. Porque o armazenamento de um determinado instante de tempo é a única variável, que impacta diretamente as escolhas de operação no instante posterior.

O corte a ser construído utilizará a forma determinada em (2.7), podendo ser definida da seguinte forma:

$$\alpha_{t,c} \geq w_{t+1,c}^* + \sum_{k=1}^{NSUB} \pi_{V_k}^{t+1,c} (\hat{V}_k^{t,c} - V_k^{t,c}) \quad (3.5)$$

Onde:

$NSUB$ - Número de submercados considerado no problema.

$w_{t+1,c}^*$ - Valor da função objetivo no instante de tempo t+1.

$\alpha_{t,c}$ - Função de custo futuro.

$\pi_{V_k}^{t+1,c}$ - Custo marginal de armazenamento.

$\hat{V}_k^{t,c}$ - Volume armazenado no instante de tempo t e cenário c.

Com isto, é possível construir o problema de otimização para um determinado instante de tempo e cenário, que será solucionado pela PDDE, sendo definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k=1}^{NSUB} \sum_{i \in TO} C_{T_{i,k}}^o + \alpha_{t,c} \\ & V_k^{t,c} + Q_k^{t,c} + S_k^{t,c} - V_k^{t-1,c} = A_k^{t,c} \\ \sum_{i \in TO_k} T_{i,k}^{t,c} + Q_k^{t,c} + \sum_{j \in WO_k} W_{j,k}^{t,c} + \sum_{l \in FvO_k} Fv_{l,k}^{t,c} + \sum_{m \in PchO_k} Pch_{m,k}^{t,c} + \sum_{ic \in Ik} I_{ic} = D_k^{t,c} - Def_k^{t,c} \\ \alpha_{t,c} \geq & w_{t+1,c}^* + \sum_{k=1}^{NSUB} \pi_{V_k}^{t+1,c} (\hat{V}_k^{t,c} - V_k^{t,c}) \\ & V_k^{t,c} \leq \bar{V}_k^{t,c} \\ & Q_k^{t,c} \leq \bar{Q}_k^{t,c} \\ & S_k^{t,c} \leq \bar{S}_k^{t,c} \\ & T_{i,k}^{t,c} \leq \bar{T}_{i,k}^{t,c} \\ & W_{j,k}^{t,c} \leq \bar{W}_{j,k}^{t,c} \\ & Fv_{l,k}^{t,c} \leq \bar{Fv}_{l,k}^{t,c} \\ & Pch_{m,k}^{t,c} \leq \bar{Pch}_{m,k}^{t,c} \\ & V_k^{t,c} \geq \underline{V}_k^{t,c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_k^{t,c} &\geq \underline{Q}_k^{t,c} \\
S_k^{t,c} &\geq \underline{S}_k^{t,c} \\
T_{i,k}^{t,c} &\geq \underline{T}_{i,k}^{t,c} \\
W_{j,k}^{t,c} &\geq \underline{W}_{j,k}^{t,c} \\
Fv_{l,k}^{t,c} &\geq \underline{Fv}_{l,k}^{t,c} \\
Pch_{m,k}^{t,c} &\geq \underline{Pch}_{m,k}^{t,c}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

3.2.2 Expansão

O objetivo do planejamento da expansão é garantir o atendimento da crescente demanda por energia, minimizando o custo da expansão necessária para isso. Somando-se a isto, é necessário que a expansão seja determinada de forma a minimizar o custo de operação do SIN. O planejamento da expansão também é modelado como um problema de otimização. Ademais, é importante destacar que não somente será feita a modelagem da expansão, como também a do planejamento da operação necessitará ser modificada devido a entrada de novas usinas planejadas.

Primeiramente, é necessário determinar a função objetivo, que, consiste em minimizar o custo da expansão do sistema. Consequentemente, a função objetivo será a soma dos custos de investimento de cada usina ao longo do tempo de estudo e pode ser definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
min \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} \left(\sum_{ie \in TE_k} c_{T_{ie,k}}^e \rho_{T_{ie,k}}^t + \sum_{ne \in QE_k} c_{Q_{ne,k}}^e \rho_{Q_{ne,k}}^t + \sum_{le \in FvE_k} c_{Fv_{le,k}}^e \rho_{Fv_{le,k}}^t + \right. \\
& \left. \sum_{me \in WE_k} c_{W_{me,k}}^e \rho_{W_{me,k}}^t + \sum_{oe \in PchE_k} c_{Pch_{oe,k}}^e \rho_{Pch_{oe,k}}^t \right)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Onde:

$\rho_{T_{ie,k}}^t$ - Variável que representa se a usina termelétrica $T_{ie,k}$ foi construída no instante de tempo t ou anteriormente.

$\rho_{Q_{ne,k}}^t$ - Variável que representa se a usina hidrelétrica $Q_{ne,k}$ foi construída no instante de tempo t ou anteriormente.

$\rho_{Fv_{le,k}}^t$ - Variável que representa se a usina fotovoltaica $Fv_{le,k}$ foi construída no instante de tempo t ou anteriormente.

$\rho_{W_{me,k}}^t$ - Variável que representa se a usina eólica $W_{me,k}$ foi construída no instante de tempo t ou anteriormente.

$\rho_{Pch_{oe,k}}^t$ - Variável que representa se a pequena central hidrelétrica $Pch_{oe,k}$ foi construída no instante de tempo t ou anteriormente.

Importante destacar que o custo de investimento de uma usina expansão é distribuído de forma mensal ao longo de sua vida útil. Isto é, o custo de investimento de uma usina é dividido pelo número de meses de sua vida útil.

Após isto, são determinadas as restrições ao problema. A primeira restrição é a de limite de geração das usinas de expansão, que tem que ser determinado de acordo com o fato de ter ocorrido ou não a construção da usina. Em outras palavras, ou o limite será igual a zero, ou será igual à geração máxima da usina. Estas restrições são definidas abaixo:

$$\begin{aligned}
Q_{ne,k}^t - \rho_{Q_{ne,k}}^t \overline{Q_{ne,k}^t} &\leq 0 \\
V_{ne,k}^t - \rho_{Q_{ne,k}}^t \overline{V_{ne,k}^t} &\leq 0 \\
T_{ie,k}^t - \rho_{T_{ie,k}}^t \overline{T_{ie,k}^t} &\leq 0 \\
W_{me,k}^t - \rho_{W_{me,k}}^t \overline{W_{me,k}^t} &\leq 0 \\
Fv_{le,k}^t - \rho_{Fv_{le,k}}^t \overline{Fv_{le,k}^t} &\leq 0 \\
Pch_{oe,k}^t - \rho_{Pch_{oe,k}}^t \overline{Pch_{oe,k}^t} &\leq 0
\end{aligned} \tag{3.8}$$

A segunda restrição é a de garantir que a informação de construção de uma determinada usina seja propagada para todos os instantes de tempo posteriores ao da sua construção. Podem ser definidas matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\rho_{Q_{ne,k}}^t &\geq \rho_{Q_{ne,k}}^{t-1} \\
\rho_{T_{ie,k}}^t &\geq \rho_{T_{ie,k}}^{t-1} \\
\rho_{Fv_{le,k}}^t &\geq \rho_{Fv_{le,k}}^{t-1} \\
\rho_{W_{me,k}}^t &\geq \rho_{W_{me,k}}^{t-1} \\
\rho_{Pch_{oe,k}}^t &\geq \rho_{Pch_{oe,k}}^{t-1}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

A última restrição é relativa ao problema de operação e expansão. Como exposto

anteriormente, o problema de expansão e operação será resolvido com a técnica de decomposição de Benders, separando-o em subproblemas. Por isso, é necessário que, ao determinar o cronograma de expansão, o subproblema de expansão tenha informações relativas ao seu impacto na operação. Sendo assim, é necessário construir a função de custo futuro, que tem seu valor restringido pelos cortes.

Para construir o corte, é necessário, somente, considerar as restrições relativas à limite de geração das usinas de expansão, das quais pode-se obter os custos marginais relativos à expansão.

Primeiro, é determinado o componente relativo às usinas hidrelétricas, que pode ser escrito como:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} \sum_{ne \in QE_k} (-\overline{Q_{ne,k}^t} \pi_{Q_{ne,k}^t}^t - \overline{V_{ne,k}^t} \pi_{V_{ne,k}^t}^t) (\rho_{Q_{ne,k}^t}^t - \widehat{\rho_{Q_{ne,k}^t}^{t,it}}) \quad (3.10)$$

Segundo, determina-se o componente relativo às usinas termelétricas, que pode ser escrito como:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} \sum_{ie \in TE_k} (-\overline{T_{ie,k}^t} \pi_{T_{ie,k}^t}^t) (\rho_{T_{ie,k}^t}^t - \widehat{\rho_{T_{ie,k}^t}^{t,it}}) \quad (3.11)$$

Terceiro, determina-se o componente relativo às usinas fotovoltaicas, que pode ser escrito como:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} \sum_{le \in FvE_k} (-\overline{Fv_{le,k}^t} \pi_{Fv_{le,k}^t}^t) (\rho_{Fv_{le,k}^t}^t - \widehat{\rho_{Fv_{le,k}^t}^{t,it}}) \quad (3.12)$$

Quarto, determina-se o componente relativo às usinas eólicas, que pode ser escrito como:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} \sum_{me \in WE_k} (-\overline{W_{me,k}^t} \pi_{W_{me,k}^t}^t) (\rho_{W_{me,k}^t}^t - \widehat{\rho_{W_{me,k}^t}^{t,it}}) \quad (3.13)$$

Por último, determina-se o componente relativo às pequenas centrais hidrelétricas, que pode ser escrito como:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} \sum_{oe \in PchE_k} (-\overline{Pch_{oe,k}^t} \pi_{Pch_{oe,k}^t}^t) (\rho_{Pch_{oe,k}^t}^t - \widehat{\rho_{Pch_{oe,k}^t}^{t,it}}) \quad (3.14)$$

Com isso, o corte para o problema de expansão pode ser construído, como é mostrado abaixo:

$$\alpha \geq w^* + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} (GH_{t,k} + Te_{t,k} + Sol_{t,k} + Eol_{t,k} + CH_{t,k}) \quad (3.15)$$

Onde:

$$GH_{t,k} = \sum_{ne \in QE_k} (-\overline{Q_{ne,k}^t} \pi_{Q_{ne,k}^t}^t - \overline{V_{ne,k}^t} \pi_{Q_{ne,k}^t}^t) (\rho_{Q_{ne,k}^t}^t - \widehat{\rho_{Q_{ne,k}^t}^{t,it}})$$

$$Te_{t,k} = \sum_{ie \in TE_k} (-\overline{T_{ie,k}^t} \pi_{T_{ie,k}^t}^t) (\rho_{T_{ie,k}^t}^t - \widehat{\rho_{T_{ie,k}^t}^{t,it}})$$

$$Sol_{t,k} = \sum_{le \in FvE_k} (-\overline{Fv_{le,k}^t} \pi_{Fv_{le,k}^t}^t) (\rho_{Fv_{le,k}^t}^t - \widehat{\rho_{Fv_{le,k}^t}^{t,it}})$$

$$Eol_{t,k} = \sum_{me \in WE_k} (-\overline{W_{me,k}^t} \pi_{W_{me,k}^t}^t) (\rho_{W_{me,k}^t}^t - \widehat{\rho_{W_{me,k}^t}^{t,it}})$$

$$CH_{t,k} = \sum_{oe \in PchE_k} (-\overline{Pch_{oe,k}^t} \pi_{Pch_{oe,k}^t}^t) (\rho_{Pch_{oe,k}^t}^t - \widehat{\rho_{Pch_{oe,k}^t}^{t,it}})$$

it - Número da iteração na qual o algoritmo da PDDE se encontra.

Por fim, o problema de expansão pode ser escrito:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^T \left(\sum_{ie \in TE} c_{T_{ie,k}^t}^e \rho_{T_{ie,k}^t}^t + \sum_{ne \in QE} c_{Q_{ne,k}^t}^e \rho_{Q_{ne,k}^t}^t + \sum_{le \in FvE} c_{Fv_{le,k}^t}^e \rho_{Fv_{le,k}^t}^t + \right. \\ & \left. \sum_{me \in WE} c_{W_{me,k}^t}^e \rho_{W_{me,k}^t}^t + \sum_{oe \in PchE} c_{Pch_{oe,k}^t}^e \rho_{Pch_{oe,k}^t}^t \right) + \alpha \end{aligned}$$

$$Q_{ne,k}^t - \rho_{Q_{ne,k}^t}^t \overline{Q_{ne,k}^t} \leq 0$$

$$V_{ne,k}^t - \rho_{Q_{ne,k}^t}^t \overline{V_{ne,k}^t} \leq 0$$

$$T_{ie,k}^t - \rho_{T_{ie,k}^t}^t \overline{T_{ie,k}^t} \leq 0$$

$$W_{me,k}^t - \rho_{W_{me,k}^t}^t \overline{W_{me,k}^t} \leq 0$$

$$Fv_{le,k}^t - \rho_{Fv_{le,k}^t}^t \overline{Fv_{le,k}^t} \leq 0$$

$$Pch_{oe,k}^t - \rho_{Pch_{oe,k}^t}^t \overline{Pch_{oe,k}^t} \leq 0$$

$$\rho_{Q_{ne,k}^t}^t \geq \rho_{Q_{ne,k}^t}^{t-1}$$

$$\rho_{T_{ie,k}^t}^t \geq \rho_{T_{ie,k}^t}^{t-1}$$

$$\rho_{Fv_{le,k}^t}^t \geq \rho_{Fv_{le,k}^t}^{t-1}$$

$$\rho_{W_{me,k}^t}^t \geq \rho_{W_{me,k}^t}^{t-1}$$

$$\rho_{Pch_{oe,k}^t}^t \geq \rho_{Pch_{oe,k}^t}^{t-1}$$

$$\alpha \geq w^* + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{NSUB} (GH_{t,k} + Te_{t,k} + Sol_{t,k} + Eol_{t,k} + CH_{t,k})$$

(3.16)

Ao se considerar o problema da expansão, o subproblema da operação necessita de modificações nas suas restrições para acomodar as usinas de expansão. Isso significa que as restrições de balanço hídrico e de balanço energético são modificadas.

A restrição de balanço hídrico necessita incluir as variáveis relativas às usinas

hidrelétricas de expansão. Matematicamente, pode ser representada da seguinte forma:

$$V_k^{t,c} + \sum_{ne \in QE_k} (Q_{ne,k}^t + V_{ne,k}^t) + Q_k^{t,c} + S_k^{t,c} - V_k^{t-1,c} - \sum_{ne \in QE_k} V_{ne,k}^{t-1} = A_k^{t,c} \quad (3.17)$$

Por fim, a restrição de balanço energético necessita incluir as variáveis relativas às usinas hidrelétricas, termelétricas, eólicas e fotovoltaicas de expansão. Matematicamente, pode ser representada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Q_k^{t,c} + \sum_{ne \in QE_k} Q_{ne,k}^t + \sum_{i \in TO} T_{i,k}^{t,c} + \sum_{ie \in TE} T_{ie,k}^t + \sum_{j \in WO} W_{j,k}^{t,c} + \sum_{me \in WE} W_{me,k}^t + \sum_{l \in FvO} Fv_{l,k}^{t,c} + \sum_{le \in FvE} Fv_{le,k}^t \\ + \sum_{m \in PchO} Pch_{m,k}^{t,c} + \sum_{oe \in PchE} Pch_{oe,k}^t + \sum_{ic \in Ik} I_{ic} = D_k^t - D_e f_k^{t,c} \end{aligned} \quad (3.18)$$

3.3 Dados Climáticos

Para poder determinar a geração de usinas hidrelétricas, eólicas e fotovoltaicas, é necessário possuir os dados relativos à afluência, velocidade do vento e irradiação solar.

A solução mais comum é fazer previsões utilizando dados históricos. Para este fim, diversos modelos são desenvolvidos. Para a previsão de afluências, o modelo mais utilizado é o autorregressivo periódico de ordem p (PAR(p)), usado pelo CEP-EL no NEWAVE [25].

Na previsão da velocidade do vento, uma classe de modelos de previsão utilizada é a dos modelos de amortecimento exponencial, no qual a previsão do valor para um determinado instante de tempo t é baseada em uma combinação dos valores passados. Os valores dos coeficientes decaem exponencialmente ao longo do tempo[26].

Por fim, para a previsão de irradiação solar, existe uma vasta gama de modelos estatísticos disponíveis. Há modelos estatísticos lineares, tais como os modelos autorregressivos, ARMA e ARIMA. Ademais, também há modelos estatísticos não-lineares, como as redes neurais artificiais e as redes neurais wavelet[27].

Entretanto, neste trabalho, serão usados os dados históricos, onde os dados de

afluência podem ser encontrados no site do ONS, e os dados relativos à velocidade do vento e à irradiação solar podem ser encontrados na base de dados do MERRA.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

O principal objetivo de se construir um modelo matemático para resolver o problema de operação e expansão do sistema elétrico incluindo fontes renováveis complementares é poder analisar como a operação do sistema se comporta devido à introdução dessas fontes e, também, como estas afetam o planejamento da expansão do sistema. Por isso, dois casos de estudo foram feitos para analisar estes impactos: um que consiste em um problema somente de operação ótima e outro que consiste em um problema de expansão.

No primeiro caso de estudo, serão analisados os impactos da introdução de eólicas e fotovoltaicas na operação do sistema. Isto inclui uma análise comparativa entre uma operação que considere usinas eólicas e fotovoltaicas e outra que não as considere.

No segundo caso de estudo, serão analisados como o planejamento da expansão do sistema elétrico é feito ao se considerar usinas eólicas e fotovoltaicas. Em outras palavras, será analisada a participação das fontes renováveis complementares na matriz elétrica futura.

Como exposto na seção anterior, foi utilizada a linguagem de programação *Python* juntamente com o solver MOSEK (<https://www.mosek.com>) para implementar o problema. Os resultados dos casos de estudo foram obtidos por meio da execução do código desenvolvido numa máquina com o sistema operacional Windows 7 Professional 64 bits, processador Intel Core i5-3330 3.00 GHZ e 3.20 GHZ e 8 GB de memória RAM.

4.1 Caso de Estudo - Operação

Para este caso de estudo, será considerado um problema de planejamento da operação de médio-prazo, correspondente a um período de 5 anos, de forma similar ao que é feito pelo ONS.

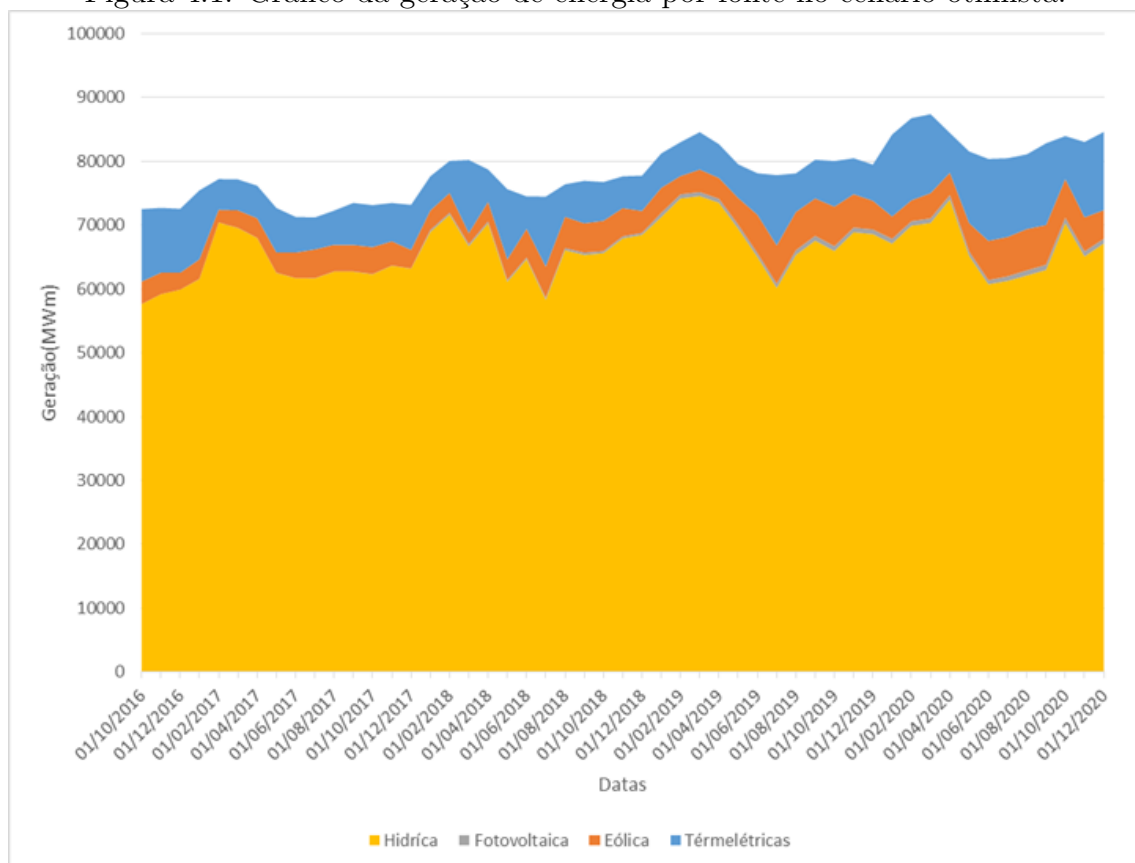
Os dados relativos a usinas hidrelétricas e usinas termelétricas, tais como custo de operação, potência instalada, geração mínima e expansões contratadas, e dados relativos a intercâmbio entre subsistemas, foram obtidos por meio do deck de dados do NEWAVE fornecido pelo ONS. Em específico, para este caso de estudo, foi utilizado o deck de dados do mês de outubro de 2016.

Portanto, neste caso de estudo a ser resolvido, o problema possuirá 4 submercados (Norte, Nordeste, Sudeste e Sul) e 6 linhas de transmissão.

Para os dados relativos a usinas eólicas e fotovoltaicas, tais como potência instalada e cronograma de expansão, foram utilizados os dados fornecidos pela ANEEL.

Os dados relativos à velocidade de vento e irradiação solar foram obtidos nas bases de dados NOAA e MERRA, mantidas pela NASA, que possuem dados históricos destes. Os dados relativos a afluências foram obtidos na base de dados do ONS, já que foram utilizados dados históricos e estes estão disponíveis nessa. Para este caso de estudo foram consideradas 5 séries históricas de afluência, velocidade de vento e irradiação solar.

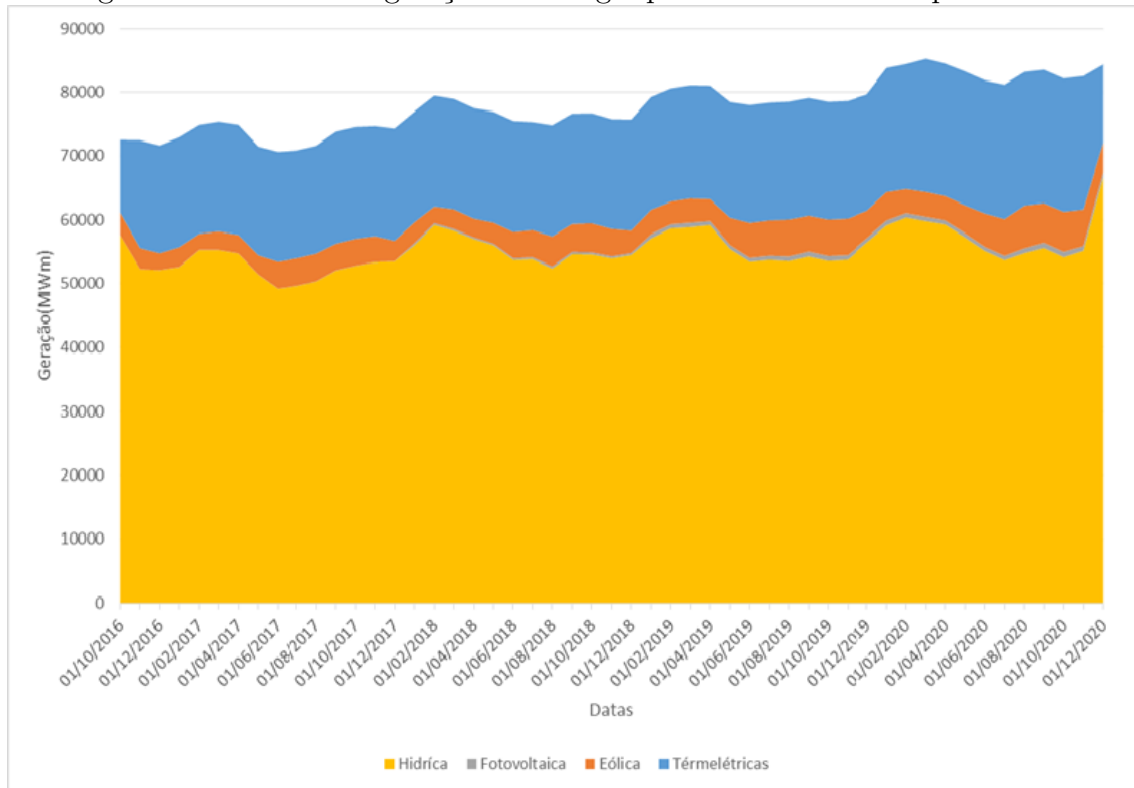
Figura 4.1: Gráfico da geração de energia por fonte no cenário otimista.



Por fim, para os dados relativos a demanda de energia por submercado foi feita uma projeção destes. Para fazer a projeção da demanda foram considerados como variáveis explicativas da demanda o IPCA, o PIB, o PIB industrial, a produção in-

dustrial dos EUA, a taxa Selic e a taxa de câmbio. A projeção foi feita considerando um cenário mais otimista da economia.

Figura 4.2: Gráfico da geração de energia por fonte no cenário pessimista.



Ao analisar os resultados da execução do modelo, primeiro, é interessante analisar a participação de cada fonte na geração de energia ao longo do tempo. Nas Figuras 4.1 e 4.2, pode ser observada a geração ao longo do tempo para o cenário mais úmido e para o mais seco, respectivamente. Pode ser concluído que, em ambos os cenários, existe uma participação considerável das energias renováveis complementares na geração e esta aumenta ao longo do período de estudo, apesar da predominância da geração hidrelétrica.

Além disso, é importante destacar que, ao comparar os cenários otimista e pessimista, a diferença na composição da geração está majoritariamente na participação das energias hidrelétricas e termelétricas. Quanto menos chuvas, maior a geração térmica, e vice-versa. Por fim, é possível observar que, apesar do crescimento da geração de energia por meio de usinas eólicas e fotovoltaicas, não há uma diminuição significativa da participação das usinas termelétricas no atendimento a demanda.

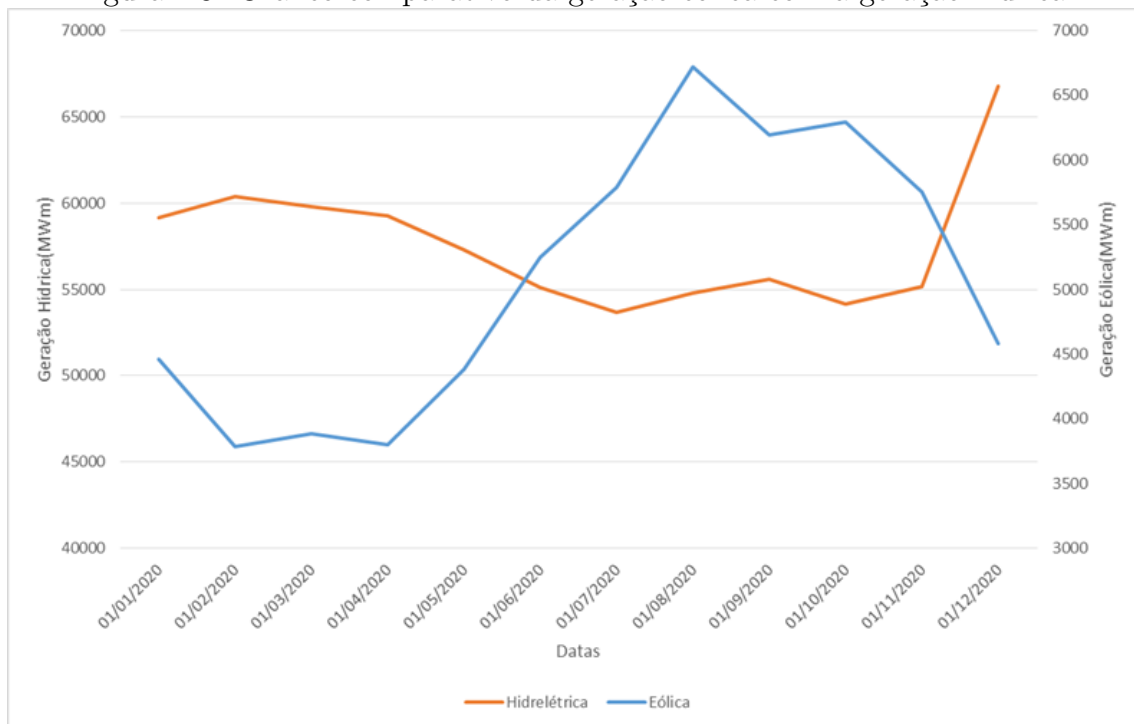
É interessante, também, fazer uma análise comparativa entre as gerações hidrelétrica e eólica. No gráfico 4.3, é possível ver ambas as gerações hidrelétrica e eólica ao longo do período de um ano, para o cenário pessimista. O que pode ser observado é que há uma complementaridade entre as duas fontes de energia na geração: quando há um período de seca, e, conseqüentemente, menor geração hídrica, há uma

maior geração eólica, que complementa aquela. Da mesma forma, quando há um período úmido, há uma maior geração hídrica e uma menor geração eólica.

Além do mais, foi feita uma análise comparativa entre as gerações hidrelétrica e fotovoltaica. Ao observar o gráfico 4.4, que expõe ambas as gerações fotovoltaica e hidrelétrica ao longo do período de um ano para o cenário pessimista, é possível concluir que há uma complementaridade entre estas duas fontes de energia na geração. No período seco, há uma maior geração solar e uma menor geração hídrica, assim como, no período úmido, há uma maior geração hídrica e uma menor geração solar.

Observando-se estas relações de complementaridade entre energia hidrelétrica e energias solar e eólica, pode ser vista uma grande vantagem na utilização das energias renováveis complementares. Esta vantagem consiste no fato de que, no período de seca, diminui a necessidade de geração de energia por meio de usinas termelétricas, porque estas podem ser substituídas pela geração de energia por meio de usinas eólicas e fotovoltaicas.

Figura 4.3: Gráfico comparativo da geração eólica com a geração hídrica.



Por último, pode-se analisar o comportamento dos preços de energia ao considerar as incertezas relativas à energia eólica e solar. Para fazer esta análise, foi feita uma execução do modelo sem considerar estas incertezas e usinas eólicas e fotovoltaicas de forma individualizada. De posse dos preços de energia de ambos casos, é possível fazer uma análise comparativa, como pode ser visto nas Figuras 4.5 e 4.6.

Figura 4.4: Gráfico comparativo da geração solar com a geração hídrica.

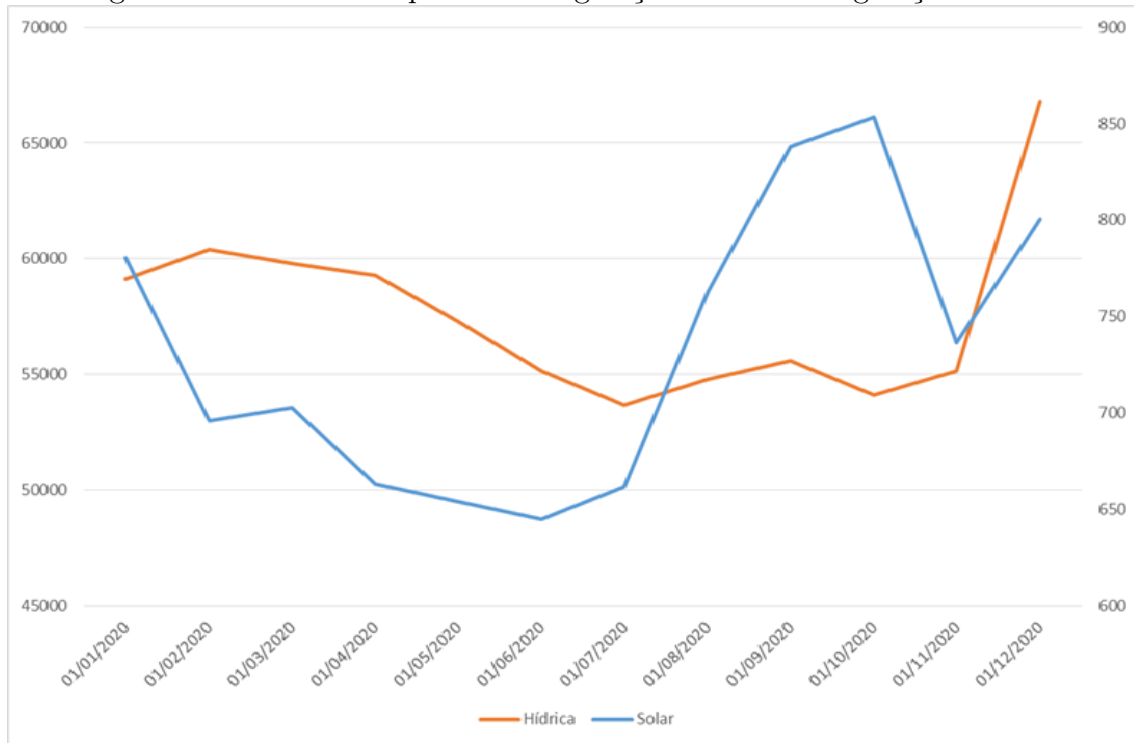


Figura 4.5: Gráficos da evolução do CMO ao longo do tempo no cenário pessimista para todos os submercados e ambas execuções (com e sem usinas de fontes renováveis complementares individualizadas)



Observa-se que, em ambos cenários otimista e pessimista, o preço da energia para a execução que considerou as incertezas é maior ou igual à da execução que

não levou em conta estas incertezas. Em outras palavras, a não inclusão da incerteza no planejamento elétrico pode levar a uma subestimação das necessidades do sistema elétrico e, conseqüentemente, a uma menor segurança no suprimento de energia ao longo do tempo.

Somando-se a isto, subestimar o preço de energia pode significar um uso maior das hidrelétricas do que o adequado e, conseqüentemente, esvaziar ainda mais os reservatórios. Isto reforça a importância de se considerar individualmente as usinas fotovoltaicas e eólicas em conjunto com a incerteza de geração destas. Porque a consequência de uma projeção mais otimista do preço de energia pode significar um uso maior de termelétricas no médio prazo, emitindo mais gases de efeito estufa, e uma menor segurança elétrica do sistema.

Figura 4.6: Gráficos da evolução do CMO ao longo do tempo no cenário otimista para todos os submercados e ambas execuções (com e sem usinas de fontes renováveis complementares individualizadas)



4.2 Caso de Estudo - Expansão

Para este caso de estudo, será considerado um problema de planejamento da expansão de médio prazo, correspondente a um período de 15 anos, como é feito pela EPE.

Os dados relativos a usinas hidrelétricas e usinas termelétricas, tais como custo de operação, potência instalada, geração mínima, expansões contratadas e dados relativos a intercâmbio entre subsistemas, foram obtidos por meio do deck de dados do

NEWAVE fornecido pelo ONS. Em específico, para este caso de estudo, foi utilizado o deck de dados do mês de outubro de 2016.

Para os dados relativos a usinas eólicas e fotovoltaicas, tais como potência instalada e cronograma de expansão, foram utilizados os dados fornecidos pela ANEEL.

Os dados de custo de investimento foram obtidos no World Energy Outlook 2015, produzido pela *International Energy Agency*[28], que podem ser vistos na Tabela 4.1. O custo de operação para as usinas de expansão com fonte de energia renovável foi considerado igual a zero. Para as usinas termelétricas a gás, este foi considerado igual a 320,00 R\$/Mwh.

Tabela 4.1: Custo de investimento por tipo de usina

Usina	Custo de Investimento (R\$/Kw)
Usina Hidrelétrica	5731,26
Pequenas Centrais Hidrelétricas	9202,32
Usina Fotovoltaica	4870,22
Usina Eólica	4116,82
Usina Termelétrica a Gás	2448,56
Biomassa	5785,08

Além do mais, foram determinados limites anuais para a construção de usinas por fonte de energia, tendo em vista possíveis limitações no fornecimento das peças e na capacidade de construção destas. Para usinas eólicas e usinas hidrelétricas, foi determinado um limite de construção de 3 GW anuais; para as usinas fotovoltaicas foi de 1 GW anual; e, por fim, para as usinas termelétricas a biomassa, 400 MW anuais. Também foram considerados os dados de empreendimentos já construídos para determinar a potência dos empreendimentos disponíveis para cada fonte. Relativamente à energia hidrelétrica, foi considerado somente potencial sem restrições socioambientais, tais como parques florestais e reservas indígenas.

Para os dados relativos a demanda de energia por submercado, foi feita uma projeção destes. Para fazer a projeção da demanda, foram considerados como variáveis explicativas da demanda o IPCA, o PIB, o PIB industrial, a produção industrial dos EUA, a taxa Selic e a taxa de câmbio. A projeção foi feita considerando um cenário de referência da economia.

Por fim, para esse caso de estudo, foram considerados 4 submercados e 6 linhas de transmissão.

Ao analisar a matriz projetada para o ano de 2030, Figura 4.8, pode ser visto que as energias renováveis complementares tornam-se bastante significantes na matriz. Juntas, totalizam uma participação de 35% nesta, sendo menor somente que a participação da energia hidrelétrica, o que significa que será possível manter uma matriz limpa no médio prazo, de forma a cumprir metas relativas a emissão de gases de efeito estufa, como as explicitadas na NDC.

Figura 4.7: Matriz elétrica brasileira para o ano de 2016.

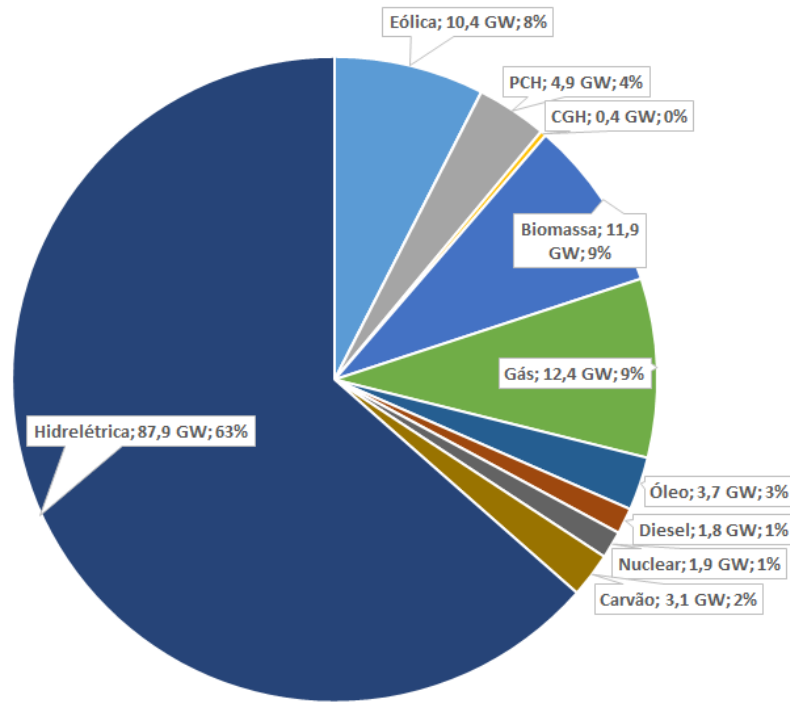
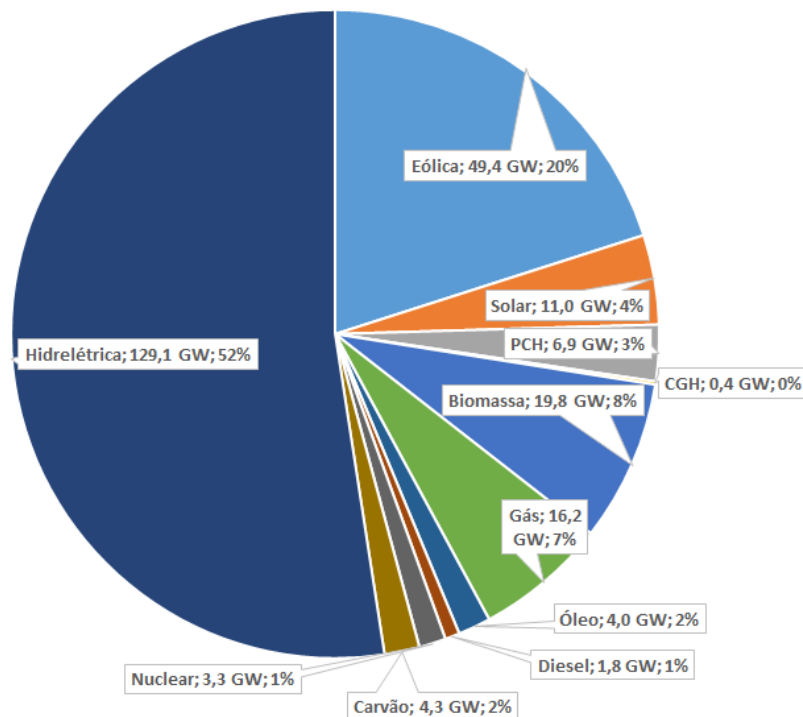


Figura 4.8: Matriz elétrica brasileira para o ano de 2030.



É possível perceber, também, que as usinas termelétricas possuem uma relevância menor na matriz projetada, com somente 12% de participação, sendo 7% referentes somente a usinas termelétricas a gás natural. Em outras palavras, as fontes privilegiadas para novas termelétricas foi o gás natural, que é considerada uma fonte

de transição e menos poluente do que os outros combustíveis disponíveis, tais como carvão e óleo.

Analisando comparativamente a matriz atual, Figura 4.7, com a matriz projetada para 2030, pode ser notado, primeiro, que a participação das hidrelétricas na matriz diminui de forma razoável, caindo de 63%, em 2016, para 52%, em 2030. Apesar disso, é possível observar que há uma expansão significativa em termos de potência instalada com usinas hidrelétricas, tendo um crescimento de 41,2 GW.

Percebe-se também que não só a participação de energias renováveis complementares é bastante significativa na matriz projetada, como também o crescimento desta participação foi significativo, subindo de 21%, em 2016, para 35%, em 2030. Interessante destacar as energias eólicas e solar por possuírem o crescimento mais expressivo. A energia eólica sobe de 10,4 GW de potência instalada, em 2016, para 49,4 GW, em 2030. A energia fotovoltaica sobe de 22 MW de potência instalada, em 2016, para 11 GW, em 2030.

É importante destacar que o crescimento da capacidade instalada de energias renováveis complementares, em conjunto com o esgotamento do potencial hídrico brasileiro, irá criar novos desafios.

Por fim, podem ser analisadas comparativamente as matrizes geradas pelo modelo e a projetada pela EPE[29]. Ao fazer esta análise, é possível perceber, primeiro, na Tabela 4.2, que a EPE espera que haja um maior investimento em usinas termelétricas gás natural, gerando uma matriz menos limpa.

Ademais, é possível notar que se espera uma maior expansão de usinas fotovoltaicas, termelétricas a biomassa e hidrelétricas, assim como uma expansão menos expressiva por parte da energia eólica. O fato de fontes como a biomassa e solar terem uma expansão mais expressiva e o total de capacidade instalada na matriz projetada pela EPE ser maior podem ter como consequência uma necessidade de investimentos mais intensivos.

Tabela 4.2: Matriz elétrica projetada para 2030 do caso de estudo e da EPE

Fonte	Matriz	
	Caso de Estudo (GW)	EPE (GW)
Eólica	49,4	33,0
Solar	11,0	17,0
Biomassa	19,8	28,0
Gás Natural	16,2	21,0
Carvão	4,3	4,0
Nuclear	3,3	5,0
Hidrelétrica	136,0	139,0
Total	240,0	247,0

Por fim, é essencial notar que a similaridade na composição de ambas matrizes elétricas mostra que o modelo desenvolvido neste trabalho é capaz de determinar cro-

nogramas de expansão de forma adequada, mostrando que o modelo de otimização desenvolvido é uma representação adequada do problema de expansão e permitindo estudos de expansão do sistema elétrico brasileiro.

Capítulo 5

Conclusões

O trabalho apresentado propôs-se a modelar o problema de planejamento ótimo da operação e da expansão incluindo fontes renováveis complementares, tendo o objetivo de considerar as incertezas da geração por meio destas fontes.

É possível observar, por meio da análise dos resultados, que a modelagem deste como um de otimização estocástica é capaz de representar bem o problema. Principalmente pelo fato dos resultados, ao serem validados, estarem próximos da realidade, obtendo um cronograma de expansão viável e realista, além do resultado da operação refletir bem as incertezas contidas no problema.

Ademais, os resultados obtidos ao se fazer uma simulação com o modelo proposto demonstram que ele é capaz de explicitar adequadamente os impactos da incerteza da geração por meio de fontes renováveis complementares no planejamento da operação e da expansão do sistema elétrico brasileiro.

Podem ser vislumbrados, também, os possíveis trabalhos futuros. Por exemplo, já com vistas a simulações que considerem uma quantidade de cenários climatológicos maior, deve ser desenvolvida uma versão do algoritmo de programação dual dinâmica estocástica paralelizada. Possibilitando a utilização de máquinas com múltiplos processadores e um melhor desempenho mesmo com um grande número de cenários.

Outra possibilidade é o desenvolvimento de um modelo de planejamento da operação e expansão que considere a incerteza da demanda. Afinal, a projeção de demanda também possui incertezas que podem influir na determinação do cronograma de expansão e na operação do sistema.

Finalmente, é interessante ainda considerar o desenvolvimento de um modelo de planejamento da expansão que envolva também a expansão da rede de transmissão., de forma a construir um planejamento integrado de todo o sistema elétrico. Ao levar em conta as limitações da rede de transmissão já existente e os custos da construção de novas linhas de transmissão, e os reforços necessários na rede básica, o planejador teria a sua disposição uma ferramenta mais adequada para determinar a expansão da geração.

Referências Bibliográficas

- [1] AMADO, S. M., KLIGERMAN, A. S., MACEIRA, M. E. P., et al. “Making Hydro More Competitive Through Integrated Technologies”. In: *HYDRO*, 2000.
- [2] *Plano Decenal de Energia 2024*. Relatório técnico, Empresa de Pesquisa Energética, 2015.
- [3] *Pretendida Contribuição Nacionalmente Determinada para Consecução do Objetivo da Convenção-Quadro das Nações Unidas sobre Mudança do Clima*. Brasil, 2015.
- [4] CRISTOBAL, M. P., ESCUDERO, L. F., MONGE, J. F. “On stochastic dynamic programming for solving large-scale planning problems under uncertainty”, *Computers and Operations Research*, v. 36, pp. 2418–2428, out. 2009.
- [5] SHERKAT, V. R., CAMPO, R., MOSLEHI, K., et al. “Stochastic long-term hydrothermal optimization for a multireservoir system”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-104, n. 8, pp. 2040–2050, ago. 1985.
- [6] DA SILVA, E. L., FINARDI, E. C. “Planning of Hydrothermal Systems Using a Power Plant Individualistic Representation”. In: *Proceedings of the IEEE Port Power Tech Conference*, v. 3, Porto, Portugal, set. 2001.
- [7] DIAS, B. H., MARCATO, A. L. M., SOUZA, R. C., et al. “Stochastic dynamic programming applied to hydrothermal power systems operation planning based on the convex hull algorithm”, *Mathematical Problems in Engineering*, pp. 1–20, mar. 2010.
- [8] PEREIRA, M. V. F., CAMPODONICO, N., KELMAN, R. “Long term hydro scheduling based on stochastic models”. In: *Proceedings of the International Conference on Electric Power Systems Operation and Management*, Zurich, Switzerland, 1998.

- [9] PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G. “Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning”, *Mathematical Programming*, v. 52, pp. 359–375, 1991.
- [10] INFANGER, G., MORTON, D. “Cut Sharing for Multistage Stochastic Linear Programs with Interstage Dependency”, *Mathematical Programming*, v. 75, pp. 241–256, 1996.
- [11] GUIGUES, V. “SDDP for some interstage dependent risk-averse problems and application to hydro-thermal planning”, *Computational Optimization and Applications*, v. 57, pp. 167–203, 2014.
- [12] KOZMIK, V., MORTON, D. “Evaluating policies in risk-averse multi-stage stochastic programming”, *Mathematical Programming*, v. 152, pp. 275–300, 2015.
- [13] GUIGUES, V., ROMISCH, W. “Sampling-based decomposition methods for multistage stochastic programs based on extended polyhedral risk measures”, *SIAM Journal on Optimization*, v. 22, n. 2, pp. 286–312, 2012.
- [14] GUIGUES, V., ROMISCH, W. “SDDP for multistage stochastic linear programs based on spectral risk measures”, *Operations Research Letters*, v. 40, n. 5, pp. 313–318, 2012.
- [15] PFEIFFER, L., APPARIGLIATO, R., AUCHAP, S. *Two methods of pruning Benders’ cuts and their application to the management of a gas portfolio*. Relatório Técnico RR-8133, 2012.
- [16] GUIGUES, V. “Dual Dynamic Programming with cut selection: Convergence proof and numerical experiments”, *European Journal of Operational Research*, v. 258, n. 1, pp. 47–57, 2017.
- [17] BANDARRA, M., GUIGUES, V. “Multicut decomposition methods with cut selection for multistage stochastic programs”, 2017.
- [18] PHILPOTT, A. B., GUAN, Z. “On the convergence of stochastic dual dynamic programming and related methods”, *Operations Research Letters*, v. 36, pp. 450–455, 2008.
- [19] SHAPIRO, A. “Analysis of Stochastic Dual Dynamic Programming Method”, *European Journal of Operational Research*, v. 209, pp. 63–72, 2011.
- [20] GIRARDEAU, P., LECLERE, V., PHILPOTT, A. “On the convergence of decomposition methods for multistage stochastic convex programs”, *Mathematics of Operations Research*, v. 40, n. 1, pp. 130–145, 2015.

- [21] GUIGUES, V. “Convergence analysis of sampling-based decomposition methods for risk-averse multistage stochastic convex programs”, *SIAM Journal on Optimization*, v. 26, n. 4, pp. 2468–2494, 2016.
- [22] BENDERS, J. F. “Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems”, *Numerische Mathematik*, v. 4, pp. 238–253, 1962.
- [23] GORENSTIN, B. G., CAMPODONICO, N. M., COSTA, J. P., et al. “Power System Expansion Planning Under Uncertainty”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 1, pp. 359–375, fev. 1993.
- [24] PORTO, T. O. *Representação de problemas estocásticos multi-estágios em decomposição uma aplicação ao planejamento da expansão de sistemas elétricos*. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1994.
- [25] *Manual de Referência - Modelo NEWAVE*. CEPEL, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, 2013.
- [26] DE BARROS, M. F. *Análise e Previsão de Séries Temporais Utilizando Amortecimento Exponencial com Múltiplos Ciclos e Técnicas de Simulação na Produção de Energia Eólica*. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2015.
- [27] DIAGNE, M., DAVID, M., LAURET, P., et al. “Review of solar irradiance forecasting methods and a proposition for small-scale insular grids”, *Systems Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 27, pp. 65–76, nov. 2013.
- [28] *World Energy Outlook 2015*. Relatório técnico, International Energy Agency, 2014.
- [29] *O Compromisso do Brasil no Combate às Mudanças Climáticas: Produção e Uso de Energia*. Relatório técnico, Empresa de Pesquisa Energética, 2016.