

MODELAGEM MATEMÁTICA E PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO
PROBLEMA DA DIETA ALIMENTAR PARA GADO BOVINO DE
CORTE

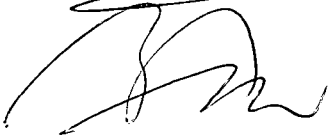
Henrique Martins de Souza


DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA
COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE
ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:


Prof. Adilson Elias Xavier, D.Sc.


Prof. Ricardo Augusto Mendonça Vieira, D.Sc.


Prof. João Lauro Dorneles Facó, Dr.-Ing.


Prof. Claudio Thomás Bornstein, Dr.Rer.Nat.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
FEVEREIRO DE 2006

SOUZA, HENRIQUE MARTINS DE

Modelagem Matemática e Proposta de
Resolução do Problema da Dieta Alimentar
para Gado Bovino de Corte [Rio de Janeiro]
2006

XI, 105 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ,
M.Sc., Engenharia de Sistemas e Computação,
2006)

Dissertação - Universidade Federal do Rio
de Janeiro, COPPE

1. Otimização
2. Problema da Dieta

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

*Para Minha Mãe Creuza, que se
sacrificou para me criar e educar.*

*Para meus Avós Maria e
Waldir (in memoriam), que
também contribuíram para tal.*

Agradecimentos

A Deus, porque sem a sua presença em minha vida, nada disso teria acontecido.

À Maria Mãe de Deus, Pois devido a sua intercessão facilitou e muito o meu trabalho.

Ao meu Orientador Prof. Adilson Elias Xavier não somente por sua orientação, mas por tudo que fez por mim ao longo de todo o tempo em que fui aluno do PESC (Programa Engenharia de Sistemas e Computação), mesmo antes de ter decidido me orientar. Mestre Muito Obrigado porque eu “ aprendi muito” com o senhor, seus ensinamentos servirão para toda a minha vida.

Ao meu Orientador Prof. Ricardo Augusto Mendonça Vieira possuidor de um surpreendente conhecimento que “arregaçou as mangas” e não exitou em me ajudar contribuindo de forma incomensurável para que esse trabalho se concretizasse. Muito Obrigado por toda a sua dedicação.

Aos professores Facó e Cláudio Bornstein por participarem na banca de defesa desta dissertação e pelas contribuições acrescentadas a este trabalho e também aos demais professores do PESC pelos conhecimentos que adquiri em suas disciplinas.

Aos funcionários do suporte PESC, particularmente ao Adilson, Itamar e Alexandre pois muitas vezes resolveram meus problemas em relação aos equipamentos do laboratório dos alunos e principalmente na instalação dos *softwares* necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

Às secretárias do PESC, particularmente, à Sônia, pela sua docilidade e carinho sempre que precisei, à Cláudia, pela sua paciência e eficiência, à Mercedes por me ajudar mesmo que fosse em cima da hora, à Sueli por não se deixar levar pelas “burrocracias”, à Lúcia por suas gentilezas, à Solange por sempre me lembrar dos prazos à cumprir.

À lourdes por manter sempre a copa limpinha e organizada e um cafézinho quentinho, mesmo não gostando de café eu o bebia para me manter acordado durante à tarde; à Deda por manter às salas limpas e cheirosas e ao Leandro, pois ciente de que não tinha muito tempo livre, sempre me manteve muito bem informado do nosso Timão o Mengão é claro.

A todos os meus que muito contribuíram para este que não cabe aqui citá-los pois certamente cometeria a injustiça de esquecer de alguns.

A todos os meus familiares por terem me aturado durante essa etapa, mesmo sem poder dar-lhes a atenção que mereciam.

A minha namorada Aline que me acompanhou do início ao fim, que fez tudo o que estava ao seu alcance para eu conseguir este título.

Finalmente, a CAPES pela bolsa de estudos concedida durante a maior parte do mestrado, sem esta as coisas teriam se tornado bem mais difícil.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM MATEMÁTICA E PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO
PROBLEMA DA DIETA ALIMENTAR PARA GADO BOVINO DE
CORTE

Henrique Martins de Souza

Fevereiro/2006

Orientador: Adilson Elias Xavier

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Este trabalho estuda a questão da determinação da dieta ótima para alimentação de bovinos de corte, para plantéis criados em locais com ecologia semelhante à observada na região da Zona da Mata Mineira. Primeiramente, o problema original da dieta é caracterizado, bem como sua relevância para a Programação Matemática, seus desdobramentos, aplicações posteriores e num cenário atual, é apresentada a sua importância para a pecuária brasileira. A formulação descrita tem por objetivo atender às exigências nutricionais, estimadas para um determinado nível de resposta das funções produtivas do gado de corte, considerando predições mais exatas das demandas diárias por energia, proteína, fibra, vitaminas e minerais, em busca de uma ração balanceada de custo mínimo. A dieta dos ruminantes, diversamente das formulações clássicas do problema da dieta, apresenta uma estrutura não-linear. No sentido de solucionar tal problema é oferecida uma proposta de resolução fundamentada na combinação de métodos projetivos com métodos de penalidade.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MATHEMATICAL MODELING AND PROBLEM RESOLUTION
PROPOSAL FOR BEEF CATTLE FEEDING DIET

Henrique Martins de Souza

February/2006

Advisor: Adilson Elias Xavier

Department: Systems Engineering and Computer Science

This study was carried out to determine the optimum diet for beef cattle feeding, for flocks raised in areas with environmental conditions similar to the one found in the “Zona da Mata Mineira” region. Firstly, the problem is depicted by considering its relevance for Mathematical Programming and related aspects, as well as its further applicability and, secondly, its importance to Brazilian cattle production in the current context. The formulation described in this work is intended to supply the nourishment needs estimated for a specific response level of the productive functions of beef cattle, considering the most accurate forecasts of daily nutritional needs (energy, protein, fiber, vitamins and minerals), in order to obtain a well balanced diet with minimum cost. The ruminants diet is modeled with a non-linear structure, unlikely the classical formulations for this problem. The resolution of the diet problem proposed in this work combines projective with penalty methods.

Sumário

1	Introdução	1
	Introdução	1
2	Evolução Histórica do Problema da Dieta	8
2.1	Modelo nutricional pioneiro de Stigler	8
2.2	Formulações Conseqüentes	15
2.3	Uma ferramenta para avaliar alguns modelos de Dietas	19
2.4	Dieta de animais domésticos	21
3	Descrição do Problema da Dieta para o gado de corte	25
3.1	Axiomas nutricionais	26
3.2	Modelo sistêmico	28
3.3	Valor nutritivo de ingredientes para composição das restrições nutricionais	36
3.3.1	Determinação da quantidade de frações de compostos nitrogenados em cada um dos ingredientes da ração total.	37
3.3.2	Determinação do montante de frações de carboidratos em cada um dos ingredientes da ração total.	37

3.3.3	Determinação da quantidade dos demais nutrientes em cada um dos ingredientes da ração total.	38
3.3.4	Disponibilidade ruminal das frações de compostos nitrogenados fornecidos pelos ingredientes da ração . . .	40
3.3.5	Escape ruminal das frações de compostos nitrogenados	44
3.3.6	Disponibilidade ruminal das frações de carboidratos. .	44
3.3.7	Escape ruminal das frações de carboidratos.	45
3.3.8	Cálculo do rendimento microbiano em nível de rúmen.	45
3.3.9	Cálculo do balanço do nitrogênio amoniacal ruminal (BNAR)	47
3.3.10	Cálculo dos nutrientes contidos na biomassa microbiana.	50
3.3.11	Absorção intestinal dos nutrientes	50
3.3.12	Absorção de carboidratos pelo trato gastrointestinal . .	51
3.3.13	Absorção intestinal da gordura	52
3.3.14	Perdas fecais do ingrediente e microbianas	52
3.3.15	Perdas fecais endógenas	54
3.3.16	Total de perdas fecais	55
3.3.17	Total de nutrientes aparentemente digeríveis	55
3.3.18	Cálculo da energia metabolizável	55
3.3.19	Consumo de proteína metabolizável	56
3.3.20	Conversão de energia metabolizável em energia líquida de produção	56
3.4	Exigências Nutricionais	57

3.4.1	Determinação da massa de corpo vazio ou massa corporal isenta de conteúdo gastrintestinal	58
3.4.2	Determinação da exigência líquida de proteína para os processos de manutenção.	59
3.4.3	Determinação da exigência líquida de proteína para o ganho de massa e conversão desta exigência para proteína metabolizável.	60
3.4.4	Determinação da exigência líquida de energia para manutenção	61
3.4.5	Determinação da exigência de energia líquida para o ganho em massa	61
3.4.6	Determinação das exigências nutricionais em minerais	61
3.5	Composição das restrições nutricionais	62
3.5.1	Restrições da Energia	63
3.5.2	Restrições da Proteína	63
3.5.3	Restrições relativas aos minerais	63
3.5.4	Balço do nitrogênio amoniacal ruminal	65
3.5.5	Restrições da fibra	65
3.6	Problema de Otimização	67
4	Metodologia de Resolução	69
4.1	Método do gradiente reduzido	69
4.2	Métodos de Penalização	77
4.2.1	Conceito de função Penalidade	77
4.2.2	Penalidade Externa	78

4.2.3	Penalidade Interna	81
4.3	Metodologia proposta	84
4.3.1	Algoritmo simplificado	85
	Considerações Finais	87
	Anexo	90
	Referências Bibliográficas	95

Capítulo 1

Introdução

A problemática da dieta alimentar é um dos tópicos mais antigos contemplados pela programação matemática. J. Cornfield, do governo Norteamericano, formulou tal problema por volta de 1940 em plena II Guerra Mundial (Dantzig, 1963). Embora não esteja explícito, supõe-se que a idéia de Cornfield era determinar uma dieta racionalizada destinada à alimentação de soldados no decurso da guerra. Além disso, este problema foi uma das primeiras aplicações do algoritmo simplex.

Inúmeros trabalhos foram feitos para a alimentação de diversos tipos de animais em vários países contemplando as especificações locais e do rebanho. Existem softwares no mercado em nível de programação linear, aplicados à caprinocultura, avicultura, ovinocultura, suinocultura, piscicultura e outras atividades. No Brasil, o uso dessas ferramentas revolucionou, por exemplo, a atividade e a indústria avícolas.

Segundo a revista DBO (2005), é apenas uma questão de tempo para que o nosso país possa assumir oficialmente a liderança mundial no comércio de carne de frango, que em 2004 foi dos Estados Unidos da América. Devido aos problemas enfrentados com a gripe do frango, a indústria avícola americana perdeu mercado para a avicultura brasileira.

O Brasil é um país de dimensões continentais e possui, aproximadamente, 200 milhões de hectares em pastagens, dos quais 100 milhões são pastagens cultivadas (Botrel *et al.*, 1998). Neste país-continente, diversos ecossistemas se desenvolveram em função das mais variadas condições edafoclimáticas e têm sofrido aceleradas mudanças em virtude da introdução de plantas cultivadas, dos processos de degradação pelo uso inadequado de recursos naturais e do próprio crescimento populacional. Contudo, a atividade pecuária consolidou-se como o suporte à interiorização e ao provimento das populações rurais e daquelas existentes nas aglomerações urbanas; desconsiderar sua contribuição econômica ao que somos enquanto nação é desprezar nossa própria história.

O Brasil é o sexto maior produtor de leite do mundo (Tabela 1.1) e tem possibilidade de se firmar como importante exportador. Finalmente, em 2004, o Brasil conseguiu superávit em sua balança comercial de lácteos, pois as exportações de 68.240 toneladas somaram US\$ 95.3 milhões, contra os US\$ 83.9 milhões em compras externas, deixando saldo de US\$ 11.4 milhões (DBO, 2005). Além disso, o agronegócio do leite representa 7% na composição do produto interno bruto brasileiro e apenas a atividade leiteira emprega cerca de 3 milhões de pessoas, dos quais 1 milhão são produtores (Vilela *et al.*, 1998; Gomes, 2001). Portanto, pesquisas para a geração e aplicação de tecnologias que assegurem competitividade a este setor, principalmente para os primeiros elos da cadeia produtiva do leite, são de fundamental importância.

Tabela 1.1: Principais países produtores de leite bovino em 2004*

País/Bloco econômico	Produção (em bilhões de litros)	Total (%)
1º Estados Unidos	77,6	15,0
2º Índia	37,8	7,3
3º Rússia	30,8	6,0
4º Alemanha	28,0	5,4
5º França	24,2	4,7
6º Brasil	23,3	4,5
7º Nova Zelândia	14,8	2,9
8º Reino Unido	14,6	2,8
9º Ucrânia	13,7	2,7
10º Polônia	12,4	2,4
11º Itália	10,7	2,1
12º Holanda	10,7	2,1
13º Austrália	10,4	2,0
14º México	9,9	1,9
15º Argentina	8,1	1,6
Outros países	188,8	36,6
Total	515,8	100

Números respeitam anos-safra na Índia, NZ e Austrália

A estimativa para o Brasil diverge dos números oficiais do País

*Projeção **Fonte:** FAO - *Food and Agriculture Organization*.

Organização das nações unidas para a alimentação e agricultura.

Elaboração: Embrapa Gado de Leite

O agronegócio é o principal responsável pelos seguidos superávits da balança comercial brasileira. O setor pecuário demonstra vigor no mercado externo, onde encabeça a lista dos maiores fornecedores mundiais de carne bovina. A bovinocultura de corte exportou em 2004, para mais de 140 países, 1,9 milhões de toneladas de carne, 42% mais que em 2003, faturando 2,4 bilhões de dólares, 62% mais que no ano anterior. Este desempenho pode ser evidenciado pelos números da pecuária de corte bovina nos últimos cinco anos (Tabela 1.2).

Tabela 1.2: Pecuária bovina de corte do Brasil em números

	2005 ¹	2004 ²	2003	2002	2001
Rebanho total (milhões de cabeças)	195,5	192,5	189,1	179,2	170,6
Abate ³ (milhões de cabeças)	43,1	41,4	37,6	35,5	33,8
Desfrute (abate/rebanho em %)	22,03	21,51	19,91	19,82	19,83
Produção de carne (mil t - peso-carcaça(pc))	8.750	8.350	7.700	7.300	6.900
consumo interno (mil t - (pc))	6.700	6.548	6.462	6.394	6.091
consumo per capita (kg/hab/ano - (pc))	36,7	36,4	36,4	36,6	35,3
Exportações (mil t - (pc))	2.100	1.854	1.300	1.006	858,3
Importações (mil t - (pc))	50	53,3	63,7	100,7	49,3

¹Previsão ²Estimativa ³Inclui abate clandestino

Obs.: Para a conversão do peso equivalente-carcaça em cortes limpos e desossados, pode-se utilizar como parâmetro médio 70% do (pc).

Fontes: Mapa; SRF/MF; Secex/MDIC; IBGE e Embrapa.

Elaboração: Fórum nacional Permanente de Pecuária de corte. Adaptação DBO.

No entanto, a sustentabilidade da condição de maior exportador no longo prazo, com preços competitivos e aumento do volume exportado, envolve outras questões, ou seja, a pecuária poderia estar numa situação mais cômoda se estivesse investindo mais em pesquisa, novas tecnologias e na administração das fazendas, o que permitiria maior transferência de renda aos pecuaristas (DBO, 2005). Aliás, dentre as grandes dificuldades dos produtores, num contexto de economia globalizada, destacam-se as margens de lucro declinantes, o que traz preocupações, principalmente a de assegurar maior competitividade dinâmica para este importante setor (Vieira, 2004). Os custos da bovinocultura de corte ainda são elevados, particularmente pelo desconhecimento dos criadores em relação às alternativas para alimentação e de recursos forrageiros que poderiam ser utilizados para redução dos custos de produção e tornar a atividade mais rentável.

A criação de animais ruminantes, segundo o paradigma do desenvolvimento sustentado exige, dentre outros aspectos, adequado manejo nutricional efetuado a partir de modelos que ainda precisam ser desenvolvidos para as condições climáticas do nosso país (Malafaia *et al.*, 1999; Vieira *et al.*, 2000). Somente com o conhecimento quantitativo das necessidades nutricionais dos animais e do valor nutritivo dos recursos alimentares poderão ser formuladas rações que resultem em maior eficiência dos sistemas de produção, por minimizar os custos com a alimentação e as perdas em nutrientes (Russell *et al.*,

1992; Sniffen *et al.*, 1992; NRC, 2000).

A quantificação e a antecipação do comportamento de variáveis endógenas e exógenas aos sistemas de produção de ruminantes, nas circunstâncias supra citadas, são necessidades prementes e imperativas para o correto dimensionamento das criações e para os processos de gestão e tomada de decisões pautados em critérios técnicos e econômicos.

O balanceamento de rações de custo mínimo tem por objetivo o atendimento, para um determinado nível de resposta às funções produtivas, das exigências nutricionais dos animais domésticos. Entretanto, sua aplicação exige a predição de forma mais exata das demandas diárias por energia, proteína, fibra, vitaminas e minerais, e a quantificação destes atributos nutricionais nas forragens, matérias-primas e subprodutos da agroindústria empregados na alimentação dos ruminantes de interesse zootécnico (Van Soest, 1994; AFRC, 1997; NRC, 2000; 2001). Assim faz-se necessário o uso de recursos computacionais e técnicas de Programação Matemática e de otimização. Estas técnicas lograram uso e têm sido utilizadas com êxito nas atividades pecuárias importante segmento do agronegócio brasileiro. Dentre essas atividades, a bovinocultura de corte exerce papel de destaque, como vimos.

As técnicas supra-citadas foram implementadas com o intuito de resolver o problema da dieta alimentar de bovinos de corte no Brasil e no mundo e vários exemplos ainda podem ser destacados como o resultado da implementação de tais técnicas para a solvência do problema do balanceamento de dietas de custo mínimo. A Programação Linear tem sido utilizada para a obtenção de soluções de custo mínimo, considerando os nutrientes rotineiramente utilizados na alimentação de ruminantes até o final da década de 1980. A partir de então, novos modelos matemáticos foram construídos para melhor representar os sistemas de alimentação dos ruminantes de interesse zootécnico. Dentre eles pode-se destacar os modelos descritos pelo AFRC

(1993; 1997) e pelo NRC (2000; 2001). Nestes modelos foram introduzidas variáveis cuja interpretação matemática foi baseada em funções não-lineares, como o consumo voluntário de matéria seca (Mertens, 1987), o balanço do nitrogênio amoniacal ruminal, o balanço de peptídeos e a predição do teor em proteína metabolizável da dieta (Russell *et al.*, Sniffen *et al.*, 1992), bem como a proposição de se empregar a eficiência total de utilização da energia metabolizável para os processos de manutenção e produção (McDonald *et al.*, 1999; Henrique *et al.*, 2005).

Historicamente, os modelos matemáticos implementados (por meio de programação linear) apenas permitiam o balanceamento de rações de custo mínimo. Para acomodar a necessidade de uma melhor avaliação do valor nutricional da ração otimizada, faz-se necessário que a solução alcançada seja submetida a um modelo que estime o valor nutritivo nos aspectos acima mencionados. Com o intuito de calibrar as restrições, ainda que com o emprego dos modernos computadores da atualidade, os programas existentes exigem que o processo seja repetido até que uma combinação satisfatória de alimentos produza o resultado esperado (Fox *et al.*, 1999; 2003; NRC, 2000; 2001).

A rentabilidade da bovinocultura de corte depende da utilização de animais produtivos¹, o que implica maiores demandas nutricionais diárias. A modelagem e o desenvolvimento de sistemas computacionais, que permitam formular rações e prever o desempenho destes animais a partir dos componentes dietéticos, necessitam do empreendimento de esforços para que melhor se entenda os mecanismos que governam a digestão e a eficiência de utilização dos nutrientes pelos animais. Conforme salientado anteriormente, esses processos são descritos por funções não-lineares que precisam ser acrescentadas às restrições formais do problema. Então, a formulação (bal-

¹Neste contexto, entende-se por animais produtivos, àqueles que produzem leite, carne e couro de tal forma que representem uma excelente opção de negócio.

anceamento) e a avaliação simultâneas poderiam ser alcançadas por meio de técnicas de otimização não-linear e propiciariam rações com relações custo × benefício mais favoráveis, e tanto a predição das repostas dos animais como o dimensionamento dos sistemas de produção, mais verossímeis. Em última análise, este processo resultaria em melhores resultados econômicos para os bovinocultores.

O objetivo básico estabelecido para o presente trabalho é a construção de um modelo matemático constituído por equações de predição das exigências nutricionais e do valor nutritivo dos alimentos e proposição de um algoritmo não-linear para a resolução do modelo, que permita a formulação e a avaliação eficiente e simultânea de rações para bovinos de corte em crescimento.

Capítulo 2

Evolução Histórica do Problema da Dieta

Neste capítulo, será apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre a problemática da dieta alimentar. A especificação de dieta ótima se constitui em uma família de problemas de Programação Matemática das mais estudadas na literatura.

2.1 Modelo nutricional pioneiro de Stigler

George Dantzig (1963), em seu clássico livro *Linear Programming and Extensions*, fez um breve histórico de uma pioneira aplicação dentro da problemática da dieta alimentar. Nessa referência, no capítulo 27, é sintetizado um trabalho realizado por George S. Stigler.

Em 1945, G. S. Stigler, posteriormente laureado Prêmio Nobel de Economia em 1982, começou a estudar este problema.

No outono de 1947, Jack Landerman, responsável pelo *Mathematical Tables Project do National Bureau of Standards*, incubiu-se de resolver este problema utilizando o método Simplex para Programação Linear, a primeira aplicação real no campo da computação de grande porte, na qual se buscava

a determinação de uma dieta adequada e de custo mínimo.

Antes de tratar das características matemáticas do problema nutricional é importante contextualizar as dificuldades iniciais encontradas pelos pesquisadores. Como problemas desta natureza eram complexos e de grande porte a recorria-se, freqüentemente, a técnicas para resolução de forma aproximada, solução típica obtida pelos pesquisadores ao empregar as técnicas vigentes no campo da Programação Matemática.

Uma das possíveis razões desta dificuldade residia na ausência de recursos computacionais (*hardware e software*) para obtenção de soluções viáveis para os algoritmos de problemas de grande porte. Na medida em que estas ferramentas se desenvolviam, aumentava o desejo do pesquisador em refinar seu modelo. Nesse sentido, Dantzig (1963) previu que a abordagem simplista do passado não mais se justificaria, pela necessidade de obter soluções de forma rápida, porém grosseiras. Tampouco a não existência de métodos para obtenção de solução justificaria por seu turno, uma pobre modelagem do problema. Em cenário futuro, Dantzig previu também que tanto a modelagem quanto as técnicas de solução conectar-se-iam de forma positiva.

O artigo de Stigler proporcionou muitas discussões sobre modelos nutricionais. Nele, Stigler começa fazendo algumas constatações: depois que determinados valores mínimos são obtidos, quantidades adicionais produzem respostas decrescentes ou até mesmo negativas para a variável em questão, ou seja, a quantidade ótima de qualquer nutriente depende da quantidade disponível de outros nutrientes (Dantzig, 1963).

Stigler então se voltou para outros problemas: Quais nutrientes são necessários? Como as exigências diferem de um indivíduo para outro? Ao resolver o problema notou que a quantidade ótima de energia era conhecida de forma bastante apurada, mas as exigências por outros nutrientes por vezes

era desconhecida ou conhecida de forma apenas grosseira. Muitos valores mínimos em determinados nutrientes (aos quais por vezes é adicionado um fator de segurança, cerca de 50%) são obtidos pela determinação do valor necessário para compensar a perda de nutrientes pela excreta. Algumas inter-relações entre nutrientes são mais obscuras e por isso virtualmente ignoradas nas recomendações dietéticas.

As dietas desenvolvidas por Stigler apresentaram custos consideravelmente menores do que as desenvolvidas por outros autores. Uma razão para isso é que as dietas de outros autores incluíram mais variedades de alimentos para assegurar a ingestão de outros nutrientes desconhecidos.

O primeiro passo na construção do modelo matemático no intuito de obter uma solução para o problema em questão é considerar as exigências nutricionais diárias. Como exemplo, são apresentadas na tabela 2.1 as necessidades em nutrientes para um ser humano do sexo masculino exercendo atividades moderadas.

Tabela 2.1: Necessidades nutrienciais para um indivíduo do sexo masculino, com 70kg em média de massa corporal moderadamente ativo.

Nutrientes	Exigências diárias
Energia	3000 calorias
Proteínas	70 gramas
Cálcio	0.8 gramas
Ferro	12 miligramas
Vitamina A	5000 Unidades internacionais
Tiamina (vitamina B_1)	1,8 miligramas
Riboflavina (vitamina B_2)	2,7 miligramas
Niacina (ácido nicotínico)	18 miligramas
Ácido ascórbico (vitamina C)	75 miligramas

O passo seguinte é a consideração do valor nutricional dos alimentos, que de forma análoga, também é conhecido apenas de forma aproximada, isto é, são estimativas pontuais carregadas de incertezas. Como exemplo, o teor de ácido ascórbico em maçãs, que varia consoante a variedade apresentada (**Tabela 2.2**).

Tabela 2.2: Teores em ácido ascórbico para diferentes variedades de maçãs.

Variedades	Teor
Jonathan	4,4
Mc Intosh	2,0
Northern Spy	11,0
Ontário	20,8
Winesap	5,8
Winter banana	6,6

No leite, o ácido ascórbico varia em função da estação do ano, condições de estocagem, tais como a temperatura e o tempo em armazenagem, importantes fatores que contribuem para redução do teor de ácido ascórbico no leite (Ctenas e Angelis, 1997). Na medida em que o milho amadurece, há um aumento de vitamina A e redução de ácido ascórbico. O cozimento demorado, em geral, decresce o valor nutritivo. Portanto, vários fatores podem ser considerados na programação inclusive a introdução de elementos estocásticos com o intuito de quantificar as incertezas. Além disso, as técnicas de análise de alimentos para valoração nutricional tem sido objeto de contínuo desenvolvimento tecnológico, daí a necessidade de revisão de tempos em tempos.

Apesar das dificuldades enunciadas, Stigler propôs um modelo considerando o valor nutritivo médio para cada alimento. Se x_i unidades do ingrediente i forem consumidas e cada unidade deste ingrediente contiver a_{ij} unidades do nutriente j , então pode-se supor que o indivíduo receberá uma quantidade diária em nutrientes equivalente a:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}x_i, \text{ para } j = 1, \dots, n.$$

Uma pressuposição adicional é que não haveria perdas em função da preparação dos alimentos. Ademais, é tácita a pressuposição de que não existe interação entre os alimentos, o que quer dizer que a quantidade total do nutriente disponível em determinado alimento independe da presença de outro componente alimentar na dieta, o que implica aditividade do valor nutricional para os diferentes ingredientes.

Dantzig (1963) elaborou uma formulação matemática com 20 alimentos, dos 77 alimentos originais considerados por Stigler. Nesta lista, alimentos como frutas, alguns vegetais e peixes ricos em nutrientes foram desconsiderados. Talvez sua inclusão no problema acarretaria em reduções adicionais do custo da dieta encontrado por Dantzig. O modelo nutricional foi então estabelecido em termos de Programação Linear.

Seja $J = \{ j \mid j = 1, 2, \dots, n \}$ o conjunto de índices referentes aos 9 tipos de nutrientes listados na tabela 2.1. Permanece então a questão, com relação à formulação do modelo matemático, se as exigências em relação a esses nutrientes devem ser atendidas de forma exata ou podem ser excedidas. No 1º caso, o problema deve ser assim descrito:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}x_i = b_j, \quad \text{para } j = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

$$x_i \geq 0.$$

No segundo caso, as expressões ficariam da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}x_i \geq b_j, \quad \text{para } j = 1, \dots, n \quad (2.2)$$

$$x_i \geq 0.$$

Em ambos os casos, deseja-se encontrar os valores de x_i que minimizem o custo total da dieta:

$$\mathcal{Z} = \sum_{i=1}^m c_i x_i, \quad (2.3)$$

onde c_i corresponde ao custo do alimento i .

Deve se observar que atender às exigências de forma exata é melhor que possibilitar o excesso de nutrientes, uma vez que obter mais que o necessário implica maior custo final para a dieta. Este raciocínio, contudo é falacioso, uma vez que o conjunto de soluções que satisfaça o 1º caso automaticamente

satisfará o 2º caso e, portanto o valor mínimo de Z alcançado no 2º caso certamente não será maior do que aquele obtido para o 1º caso. *Em outras palavras, será sempre mais barato ou pelo menos não custará mais, flexibilizar pelo excesso as exigências do que restringi-las para que sejam atingidas de forma exata.*

Stigler formulou o problema da nutrição calculando excedentes para todos os nutrientes (2º caso). Há alguns riscos de se tomar tal procedimento, a saber, a solução pode ser uma dieta que contenha excesso de energia por exemplo ou algum outro nutriente conhecido cujo excesso seja também prejudicial à saúde.

Ao considerar este problema pode-se introduzir variável de folga no sistema a saber, $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_{m+n}$, o que resulta:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}x_i - x_{m+j} = b_j, \text{ para } j = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=1}^m c_i x_i = Z \text{ (min)} \quad (2.5)$$

Em seguida pode-se aumentar mais o sistema pela introdução de variáveis artificiais, $x_{m+n+1}, x_{m+n+2}, \dots, x_{m+2n}$, ou seja,

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}x_i - x_{m+j} + x_{m+n+j} = b_j, \text{ para } j = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

Stigler propôs uma solução a ser obtida manualmente com base na substituição de certos alimentos por outros mais nutritivos e de custo inferior aos demais. Assim, a lista original de 77 alimentos foi reduzida para 20 e subsequentemente para 15, e, ao final, apenas com 9 alimentos (farinha de trigo, leite em pó, queijo, carne de fígado, repolho, espinafre, batata-doce, feijão fava e vagem). De forma semelhante, alguns nutrientes foram negligenciados no processo, de sorte que dos 9 nutrientes originais foram considerados apenas 5, a saber: energia, cálcio, vitamina A, riboflavina e ácido ascórbico (Tabela 2.1), sendo ignorados, niacina, tiamina, proteína e

ferro.

Stigler, então, através de uma heurística inteligente, examinou 510 possibilidades para combinar os alimentos selecionados. Naquela época, o valor encontrado por Stigler não podia ser considerado exatamente o custo mínimo, devido à inexistência de processo matemático que comprovasse tal fato. Dantzig afirmou que Stigler apresentou diversas justificativas indicando que o valor encontrado por ele estaria muito próximo do custo mínimo (Lustig, 2001). Stigler, apesar de não ter encontrado a solução de menor custo, sua solução foi apenas 0,6% maior que o valor ótimo.

Jack Laderman, propôs uma solução numérica para o problema nutricional aplicando o método Simplex. Com o apoio de nove pessoas e utilizando calculadoras de mesa e de operação manual obteve, finalmente, o custo mínimo da dieta de Stigler (Dantzig, 1963; 1990). Dessa forma, o problema original que em 1948 levaria 120 dias-homem de trabalho para se alcançar uma solução pode ser resolvido em apenas alguns minutos¹.

Dantzig (1990), em continuação a seus estudos referentes a essas questões, decide utilizar o problema da dieta para reduzir o seu próprio peso. As diversas simulações deste problema, utilizando um computador IBM 701 pertencente à RAND Corporation, que incluíram resultados heteróclitos foram a base para o intróito das restrições indicando limites máximos para as variáveis utilizadas no modelo.

Assim, esse trabalho pioneiro de Stigler, embora completamente obsoleto em nossos dias, contém as principais idéias intrínsecas à especificação de uma dieta balanceada, dentro de algum critério de otimização, que são encontrados nos complexos modelos atuais existentes em todo mundo para toda uma sorte de rebanhos e diversificados recursos alimentares disponíveis para constituição de suas dietas.

¹Nos dias atuais, segundos ou até mesmo frações de segundos.

2.2 Formulações Conseqüentes

Na literatura encontram-se outros autores/pesquisadores, que fizeram referência ao problema da dieta, além de Dantzig. Esses pesquisadores acrescentaram novos alimentos, utilizaram novas especificações para os nutrientes e para as exigências mínimas do ser humano. Além disso, todos esses trabalhos foram desenvolvidos utilizando-se modelos de Programação Linear.

Barroso e Ellenrieder (1971), em um dos primeiros livros de Programação Linear escritos no Brasil, apresenta para ilustração um conjunto de problemas típicos de Programação Linear. O segundo problema apresentado é o problema da dieta. Esses autores afirmam que o cálculo de uma dieta mais econômica é um problema comum em uma época em que a alimentação ainda é um artigo escasso. Então obter uma dieta de menor custo, que satisfaça às necessidades básicas do indivíduo, é de grande utilidade. Em seu livro, o problema é abordado com base no modelo de Stigler, mas foram considerados apenas 6 alimentos (farinha de trigo, leite em pó, queijo, fígado, batata e feijão) e 3 nutrientes (calorias, cálcio e riboflavina).

Luenberger (1973), em uma seção do seu livro *Introduction to Linear and Nonlinear Programming*, ressalta o mérito da Programação Linear para solucionar problemas de alocação e fenômenos econômicos. Dentre esses, descreve o problema da dieta, como o 1º exemplo dessa seção.

Goldbarg e Luna (2000), em seu recente livro “Otimização Combinatória e Programação Linear” apresentam esse problema com o objetivo de determinar numa dieta com limitação calórica, as quantidades que certos alimentos deverão ser ingeridos diariamente, de modo que as exigências nutricionais sejam satisfeitas a um custo mínimo. De forma semelhante, os autores também se basearam no modelo nutricional de Stigler e o reescreveram de forma mais simples considerando apenas 4 alimentos e 3 nutrientes.

Bazaraa *et al.* (1990) acrescentaram ao problema original proposto por Stigler limites inferiores (l_j) e superiores (u_j) para a demanda por nutrientes a ser gerada pelo desempenho esperado para os animais e que, por questões de mercado e de sazonalidade, não se possa adquirir além de q_i quantidades para cada um dos ingredientes. Essa formulação final foi a seguinte:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^m c_i x_i \\
 & \text{sujeito a :} \quad \sum_{i=1}^m x_i = b \\
 & \quad \quad \quad bl_1 \leq \sum_{i=1}^m a_{i1} x_i \leq bu_1 \\
 & \quad \quad \quad bl_2 \leq \sum_{i=1}^m a_{i2} x_i \leq bu_2 \\
 & \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 & \quad \quad \quad bl_n \leq \sum_{i=1}^m a_{in} x_i \leq bu_n \\
 & \quad \quad \quad 0 \leq x_1 \leq q_1 \\
 & \quad \quad \quad 0 \leq x_2 \leq q_2 \\
 & \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 & \quad \quad \quad 0 \leq x_m \leq q_m
 \end{aligned}$$

Observe que nesta formulação levou-se em conta um limite superior para cada ingrediente. Estas restrições são de extrema importância, pois permitem produzir uma dieta mais saudável. Além de impedir que aconteça o famoso caso do dietista que propôs um modelo, tendo uma escolha sobre 500 possíveis alimentos e guiado pelo desejo de minimizar o número de calorias. Na resposta final veio aconselhado tomar 80 litros de vinagre, acompanhado de quantidades mínimas de outras substâncias.

Smith (1963) apresentou alguns trabalhos referentes ao problema original de Stigler caracterizando-os como “modelos puramente nutricionais”, nos quais se buscava objetivo final semelhante ao de Stigler: dieta com menor custo que atendesse às exigências mínimas em nutrientes. Em sua abordagem, foi apresentada uma pequena variação ao incluir relações de proporcionalidade entre os alimentos.

Na área militar, particularmente na Rand Corporation, foram publicados artigos como Kao (1962) e até mesmo simulações de possíveis dietas a serem empregadas aos sobreviventes de um ataque nuclear aos Estados Unidos da América (Pogrund, 1966).

Anderson e Earle (1983), por sua vez, apresentaram uma proposta de elaboração de dietas a partir da minimização dos desvios de nutrientes. Desta forma, aplicam a Programação por Objetivos, *Goal Programming*, uma extensão da Programação Linear, que permite a consideração de diversos objetivos simultaneamente. Neste trabalho, os autores destacam a necessidade de um melhor balanceamento dos nutrientes. No entanto, o custo encontrado foi aproximadamente 3 vezes maior em comparação com o modelo de Stigler.

Segundo Namen e Bornstein (2004), nos trabalhos supracitados, a grande dificuldade encontrada era a obtenção de dietas palatáveis. As deficiências encontradas nesses modelos levaram alguns investigadores a criar novos modelos visando a melhoria da palatabilidade.

Namen e Bornstein (2004) constataram algumas evoluções em relação ao modelo original. Desse modo, citaram a utilização de variáveis simbolizando receitas já preparadas, ao invés de variáveis representando alimentos. Por exemplo, em vez de utilizar batata, poderia ser utilizado o purê de batatas, que englobaria mais de um ingrediente e que teria os respectivos valores nutritivos considerados nas equações do modelo. Além disso, no planejamento das dietas pode-se considerar um conjunto de dietas vinculado

a períodos de tempo, com equações relacionadas à preferência do consumidor variando ao longo do tempo. Os modelos desenvolvidos por Balintfy (1975) e Armstrong e Sinha (1974) são exemplos citados por Namen e Bornstein (2004) por contemplarem esta evolução.

O modelo de Balintfy (1975) foi elaborado utilizando quantidades padrão pré-definidas das receitas como variáveis, e objetivava minimizar o custo a partir de restrições relacionadas à composição das refeições e à repetição de receitas ao longo do tempo. Para isso, Balintfy trabalhou com diferentes categorias de receitas, não permitindo que duas diferentes receitas de uma mesma categoria pudessem pertencer à mesma refeição. Além disso, esta receita não poderia ser repetida na elaboração de uma refeição ao longo do tempo. Namen e Bornstein (2004) apontam a questão das quantidades pré-definidas das receitas como um fator negativo deste modelo, pois isso implica em grande perda de liberdade e do potencial de produzir soluções economicamente vantajosas. Para facilitar a compreensão deste problema, observe o seguinte exemplo: se uma receita de suflê de cenoura é pré-definida com a quantidade 100g, a dieta obtida possui 100g ou 0g deste suflê.

Em contrapartida Armstrong e Sinha (1974) definem um modelo semelhante ao de Balintfy. Entretanto, em sua abordagem permite que, ao invés de apresentar porções fixas de cada receita, o tamanho destas pode variar em um pequeno percentual. As variáveis referentes às quantidades destas porções assumem o valor zero ou então um valor “próximo” de 1 (um). Isto leva a variáveis próximas do valor inteiro, o que pode explicar a expressão “variáveis quase-inteiras”, utilizada por Bénichou *et al.* (1971).

A descrição dos trabalhos relacionados ao problema original de Stigler não se limita à elaboração de dietas com mínimo custo. Namen e Bornstein (2004) afirmam que modelos relacionados à otimização de dietas passam a ser utilizados também em escolas e universidades. Segundo Garille e Gass

(2001), o problema e suas modificações são ideais para a sala de aula. Entre estes trabalhos destaca-se a seleção de um cardápio da lanchonete *Mc Donald's* (Bosh, 1993) e também os artigos de Erkut (1994), Liberatore e Nydick (1999) e Czyzyk *et al.* (1999). A proposta contida nesses trabalhos é permitir ao usuário interagir com o sistema para a escolha dos alimentos; nesse sentido, pode-se, por conta própria, criar e ajustar dietas que satisfaçam as exigências nutricionais especificados de acordo com a RDA (*Recommended Dietary Allowances - National Research Council, NRC*). Sobretudo, esses trabalhos são protótipos voltados à educação, objetivando incentivar os estudantes no entendimento de alguns métodos da área de Otimização e Pesquisa Operacional.

2.3 Uma ferramenta para avaliar alguns modelos de Dietas

Com o objetivo de facilitar o processo de elaboração de dietas otimizadas, Namen e Bornstein (2004) criaram uma ferramenta para avaliação de resultados de diversos modelos de otimização de dietas. Dentro dessa perspectiva, desenvolveram um *software* compatível com o sistema operacional *Windows* que possibilitou a análise dos resultados da implementação de diferentes modelos matemáticos.

O aplicativo denominado *SimulaDieta* foi desenvolvido utilizando a linguagem *Visual Basic for Applications* em conjunto com o Gerenciador de Banco de Dados *ACCESS*. A partir do acesso a uma base de dados em *ACCESS*, o *software* gera, em um arquivo, o modelo matemático solicitado pelo usuário, contendo a sintaxe requerida pelo *LINDO* - programa computacional que soluciona problemas de otimização (Schrage, 1997). Quatro modelos podem ser avaliados através dessa ferramenta, a saber: modelo original de Stigler; modelo com minimização de desvios de nutrientes; modelo

de Balintfy e o modelo de Balintfy com variáveis quase-inteiras.

O *software* gera modelos matemáticos que visam a otimização de dietas que atendam às necessidades diárias de uma pessoa. Ao utilizá-lo o usuário pode escolher a refeição para as quais a dieta será elaborada, bem como o percentual da demanda diária por nutrientes a ser atendido por estas refeições. Além disso, esta ferramenta permite que o usuário, de forma interativa, defina novas restrições ao modelo ou até mesmo ajustá-las, de modo a possibilitar a melhoria das condições de palatabilidade da dieta e a redução do custo.

Namen e Bornstein (2004) realizaram seis diferentes simulações para a elaboração de dietas diárias utilizando essa ferramenta. Três simulações foram realizadas com o modelo de Stigler introduzindo-se limites para as quantidades de alimentos e as outras três foram realizadas para os modelos de minimização de desvios de nutrientes, Balintfy e Balintfy com variáveis quase-inteiras, respectivamente. De modo a possibilitar uma análise comparativa, todas as simulações utilizaram os seguintes parâmetros: homens de 31 a 50 anos pesando em média 65kg com atividade física moderada, demandando 3000kcal/dia.

Ao analisarem os resultados obtidos, Namen e Bornstein (2004) constataram que quanto menor a liberdade de variação das quantidades de alimentos, menor o espaço de soluções viáveis e, conseqüentemente, pior a solução ótima. Desse modo, o modelo original de Stigler, por permitir liberdade total em relação às quantidades de alimentos, gera o menor custo, mas também gera dietas com menor grau de palatabilidade. A partir da inclusão de restrições adicionais ao modelo de Stigler, a palatabilidade melhora, mas o espaço de soluções diminui e o custo aumenta. Para efeito de comparação, o modelo de minimização de desvios foi considerado sem a restrição de custo mínimo, neste caso, este modelo apresentou o mesmo conjunto de soluções

viáveis que o modelo de Stigler.

No outro extremo, o modelo de Balintfy utiliza quantidades fixas e pré-definidas de alimentos, implicando em um menor espaço de soluções e maior custo, mas, em contrapartida, produzindo mais dietas viáveis para o consumo.

O modelo que utiliza variáveis quase inteiras, por sua vez, amplia o espaço de soluções do modelo de Balintfy, pois permite pequenas variações nas quantidades pré-definidas de alimentos. Isso permite uma melhoria na função objetivo sem grandes impactos na palatabilidade da dieta.

2.4 Dieta de animais domésticos

O problema da dieta não fica restrito apenas aos humanos. Facilmente ele é adaptado à formulação de rações para animais domésticos, em outras palavras, animais de interesse zootécnico: bovinos, suínos, caprinos, eqüinos, ovinos, aves, peixes, etc. Nesse caso, a palatabilidade não é um fator tão relevante quanto para humanos, o que pode reduzir a complexidade do problema.

Nesse sentido, Namen e Bornstein (2004) citam algumas dessas aplicações: a geração de rações para o gado de modo interativo por meio do uso de uma simples calculadora TI59 (France, 1982); a utilização da Programação Linear Paramétrica para determinação do custo mínimo da ração de gado (Glen, 1980); um método para determinação da política ótima de alimentação de porcos utilizando Programação Dinâmica (Glen, 1983). Dessa forma, a elaboração de rações integra-se a outras alternativas, tornado-se indispensável para o retorno financeiro de uma fazenda (Lazarus e Kirkman, 1980).

A avicultura é um exemplo fantástico de evolução tecnológica em nosso

país, e deixa muitos estupefatos com tamanho desenvolvimento. Contudo, a indústria avícola vem se aprimorando ainda mais, para não perder o *status* conquistado.

Os problemas enfrentados hoje por esta atividade estão relacionados a fatos, por exemplo, como a redução da margem de lucro, até porque o mercado cada vez mais vem pagando menos por unidade produzida. Então, para solucionar esses e outros problemas cada vez mais complexos, a indústria avícola vem fazendo uso de modelos matemáticos, com o objetivo de otimizar todas as variáveis da cadeia de produção de frangos.

Tais situações são humanamente impossíveis de serem solucionadas sem a ajuda de computadores. Por meio desta ferramenta é possível formular conjuntos de dietas que levem adicionalmente em consideração as diferenças genéticas das aves, o sexo, o potencial de ganho de peso em diferentes densidades de alojamento, temperaturas, ventilação, tudo isso combinado com a disponibilidade, a qualidade e o preço dos ingredientes. Além disso, é preciso encontrar a solução ótima, ou seja, a solução que proporciona o melhor lucro e o melhor desempenho.

Dessa forma, muitas empresas e institutos de pesquisas estão trabalhando sem medir esforços, otimizando o uso dos recursos da cadeia produtiva de frangos. Dentro desta perspectiva, são produzidos softwares cada vez mais sofisticados que propõem “dietas audaciosas”, por serem bastante diferentes daquelas comumente utilizadas, e proporcionando desempenhos cada vez melhores. A Tabela 2.3 registra valores fornecidos por uma das empresas do mercado brasileiro.

Tabela 2.3: Desempenho de frangos de corte com 7 e 42 dias de idade, recebendo “dietas convencionais¹” ou “dietas audaciosas²”

Dietas	Peso Corporal (g)		Consumo (gd^{-1})		Conv. Alimentar	
	7°	42°	7°	42°	7°	42°
¹ Conv	191	2471	186	4516	0,978	1,827
² Aud	199	2503	173	4322	0,866	1,728

Fonte: Adaptado do Centro de Pesquisa em Nutrição Animal da Nutron

Os *softwares* que desenvolvem essas “dietas audaciosas”, têm como conteúdo modelos matemáticos que descrevem como a ave vai responder ao manejo e à alimentação que será fornecida. Assim, pode-se fazer uma presciência mais eficiente do desempenho do animal.

Atualmente, além de muitas áreas do conhecimento estarem se unindo com o propósito de solucionar tais questões, há empresas no mercado, especializadas no desenvolvimento de aplicativos na área de nutrição animal, não se limitando apenas a frangos. Essas empresas produzem sistemas para formulação de rações de custo mínimo, que atendam as exigências nutricionais para diferentes espécies de animais como suínos, equínos, caprinos, peixes e coelhos. Além disso, esses sistemas também são capacitados para formulação de rações em vários setores da cadeia de produção animal: crescimento, engorda, gestação, manutenção, terminação, etc.

Esses *softwares* são interativos e simples de serem manuseados, o usuário pode acrescentar e/ou alterar as exigências nutricionais; em alguns pode-se adicionar outras espécies de animais; modificar e/ou incluir outros alimentos de acordo com a necessidade e às opções de mercado, bem como atualizar os preços e até manipular algumas restrições.

Portanto, para uma indústria de rações, essas ferramentas são indispensáveis. Além disso, podem ser utilizadas por criadores, zootecnistas, agrônomos, veterinários, professores, pesquisadores, consultores e diversos profissionais que atuam na área de nutrição animal direcionada para a melhoria do desempenho produtivo dos rebanhos, e até mesmo como uma fer-

ramenta educacional na formação de novos profissionais para essa área.

Contudo, as aplicações do Problema da Dieta não param por aqui. Além da produção de rações, a otimização da composição de fertilizantes, que contenham os nutrientes necessários além de custo mínimo, têm como base o problema da dieta (Namen e Bornstein, 2004). Lyons e Dodd (1976) apresentam um método para minimizar os custos totais de fertilizantes químicos.

Apesar desses aplicativos serem robustos, consistentes e desenvolvidos com tecnologia de ponta, a modelagem matemática contida neles é de natureza linear. Aplicações deste nível não representam com exatidão o comportamento de muitas variáveis para o caso, por exemplo, da alimentação dos ruminantes. O consumo voluntário de alimentos apresenta comportamento bifásico não-linear (Mertens, 1987), a eficiência de utilização da energia metabolizável para os processos de manutenção e produção (McDonald *et al.*, 1999; Henrique *et al.*, 2005), o balanço do nitrogênio amoniacal ruminal e a otimização da proteína metabolizável da ração são exemplos de problemas de natureza essencialmente não-linear (Russell *et al.*, 1992; Fox *et al.*, 2003), que demandam pesquisas aplicadas ao desenvolvimento de modelos e algoritmos específicos para sua resolução. Cabe lembrar que a proposta deste trabalho visa tratar o problema da dieta para ruminantes decorrente de uma modelagem mais aderente aos processos metabólicos intrínsecos à digestão nesses animais que apresentam uma estrutura não-linear.

Capítulo 3

Descrição do Problema da Dieta para o gado de corte

Neste capítulo, será feita a descrição detalhada da problemática intrínseca à alimentação de ruminantes. Em particular, será apresentado o problema de alimentação para gado de corte. Tal problema exhibe características relevantes como, por exemplo, a natureza não-linear.

Conforme Dantzig (1963) vaticinou que a falta de recursos computacionais e métodos de resolução não mais implicariam em "modelagens pobres" obtendo soluções grosseiras. Hoje, computadores cada vez mais rápidos e o desenvolvimento da Programação Matemática oferecem sem qualquer sombra de dúvidas, melhores condições para uma modelagem mais completa e detalhada em busca da melhor solução ótima.

Dentro dessa perspectiva, é que, neste trabalho, foi feito o encaminhamento para uma modelagem que engendrou num problema de Programação Não-Linear (PNL).

Este capítulo está organizado em 6 seções. Primeiramente, serão definidos os axiomas nutricionais. Na seção seguinte, será ilustrada uma representação esquemática da compartimentalização do processo digestório em bovinos. Na 3ª seção, será introduzida a questão do valor nutritivo de

ingredientes. Em seguida, serão apresentadas as exigências nutricionais. A combinação dessas duas últimas seções determinam a composição das restrições nutricionais. Finalmente, será formulado o problema da dieta para o gado bovino de corte criado sob as condições tropicais brasileiras.

3.1 Axiomas nutricionais

Prover nutrição adequada aos animais requer conhecimento qualitativo e quantitativo de suas demandas nutricionais para um determinado nível de produção. Qualitativo, no sentido de se conhecer quais nutrientes são relevantes e quais entidades nutricionais devem ser consideradas para o oferecimento pleno desses nutrientes. Quantitativo, no que concerne aos montantes de entidades nutricionais que deverão ser providas com a oferta de um único alimento (pasto) ou combinações de diferentes recursos alimentares (Vieira et al., 2005).

Pode-se dizer, portanto, que a idéia exposta acima corresponde ao problema fundamental da nutrição animal. É um problema zootécnico por existirem diferentes formas de prover a nutrição adequada aos animais. Se apenas uma maneira fosse possível, não seria, pois, um problema. Todavia, o que interessa, de fato, é encontrar o subconjunto de soluções ótimas ou ideais dentre o conjunto de possíveis soluções existentes (Vieira et al., 2005). Para tal é necessário recorrer à algumas ferramentas de Programação Matemática.

O problema fundamental pode ser axiomaticamente definido. Ao considerar, por exemplo, a criação de bovinos de corte em sistemas de produção como o confinamento¹ ou semiconfinamento², é necessário que os nutrientes

¹Entende-se por confinamento o regime de engorda em que os animais ficam fechados em instalações próprias, recebendo alimentação (ração), sem acesso às pastagens (Silvestre et al., 1986).

²Os animais em regime de pastagem podem receber volumosos e concentrados suplementares no cocho. Há um terceiro sistema de produção, conhecido como suplementação à pasto, em que os animais em regime de pastagens naturais ou cultivadas recebem apenas

limitantes sejam conhecidos. Mas um nutriente só pode ser considerado, limitante se a ração ou o pasto não puder ser consumido em quantidade suficiente para que o animal atinja o desempenho esperado. Portanto, é imprescindível estimar, com a melhor exatidão possível, as exigências nutricionais dos animais. Então, estimada a necessidade diária em proteína, energia, minerais e vitaminas, é possível estimar também o consumo de matéria seca, que basicamente é a soma dos ingredientes da ração. A partir do conhecimento da composição bromatológica e do valor nutritivo dos ingredientes e considerando a diferença entre o oferecido e o exigido, obtem-se a diferença para cada nutriente em questão. Neste sentido, serão atribuídos termos quantitativos para melhor ilustrar a situação.

Seja x_i a quantidade diária do i -ésimo componente dietético disponível consumida pelo animal, para $i = 1, 2, \dots, m$. A variável, $[nut_{ij}]$ é definida como o teor do j -ésimo nutriente, com $j = 1, 2, \dots, n$, contida em cada ingrediente i , $\forall i = 1, 2, \dots, m$. As necessidades nutricionais diárias por cada um dos respectivos nutrientes, nut_j , são demandas geradas pelos processos de manutenção e das demais funções produtivas conforme o desempenho esperado. Deve-se considerar a eficiência de utilização de cada um dos n nutrientes pelo organismo, expressa por k_j . É possível verificar, portanto, se em determinadas circunstâncias haverá ou não deficiência nutricional, com base nas expressões:

$$k_1 \cdot \sum_{i=1}^m [nut_{i1}]x_i - nut_1 = \Delta_1 \quad (3.1)$$

$$k_2 \cdot \sum_{i=1}^m [nut_{i2}]x_i - nut_2 = \Delta_2 \quad (3.2)$$

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

suplementação com alimentos concentrados. No entanto, este regime de engorda não será objeto de estudo do presente trabalho.

$$k_n \cdot \sum_{i=1}^m [nut_{in}]x_i - nut_n = \Delta_n \quad (3.3)$$

$$\forall x_i \geq 0. \quad (3.4)$$

Nestes axiomas, a eficiência pode ser uma constante ou então alguma função dependente das características da dieta, do animal ou de ambos (AFRC, 1997; Luo et al., 2004a,b,c; Henrique et al., 2005). Quando estas eficiências não forem constantes, isto é, dependerem da variável x_i , pode-se afirmar que o problema torna-se não-linear, caso seja associado ao metabolismo dos ruminantes. Os resultados Δ_j , quando conhecidas as quantidades x_i , correspondem às deficiências nutricionais para todo $\Delta_j < 0$.

A indústria de rações no Brasil tem crescido substancialmente nos últimos anos. Dentre as espécies de interesse zootécnico, o segmento dos ruminantes tem demonstrado crescimento considerável neste contexto (Vieira, 2003). Inúmeras fábricas inovam as formulações de suas rações. Atualmente tais produtos são comercializados em todo o país e totalizam cifras milionárias. No entanto, seguindo o raciocínio de Malafaia et al. (2004), o respeito aos axiomas supra citados parece não ocorrer no momento da formulação e, literalmente, quem paga a conta são os elos mais fracos da cadeia produtiva, isto é, os produtores, por não controlarem os preços de venda de seus produtos, lhes restando, quando possível, trabalhar para a redução de custos em outros fatores de produção. Neste trabalho, a modelagem descrita leva em consideração estes axiomas nutricionais.

3.2 Modelo sistêmico

O estudo sistêmico dos métodos de avaliação de alimentos e predição de exigências nutricionais de animais ruminantes permitiu compilar e sintetizar diversas teorias e apresentá-las segundo o modelo que constitui a Figura

3.1, apresentada por Vieira et al. (2005). Nesta, é ilustrada a compartimentalização do processo digestório em bovinos, sendo válida esta representação esquemática para demais espécies de animais ruminantes. Lipídeos, minerais e perdas gasosas decorrentes do processo fermentativo microbiano no rúmen e no intestino grosso desses animais foram omitidos para simplificar o modelo.

Os compostos nitrogenados consumidos constituem o compartimento consumo de proteína bruta (consumo PB). As frações que o compõem são: A , que representa o montante em nitrogênio não protéico; $B1$, em que são reunidos os compostos nitrogenados protéicos solúveis em solução detergente neutra, agrupados desta forma devido à sua uniformidade nutricional (Van Soest, 1967; Broderick, 1994; Rodrigues e Vieira, 2005); $B2$, em que estão compreendidos os compostos nitrogenados insolúveis em solução detergente neutra, mas potencialmente degradáveis; e C , por reunir a fração de compostos nitrogenados insolúveis em solução detergente neutra, porém, indegradáveis. O mesmo conceito de uniformidade nutricional foi considerado no fracionamento do total de carboidratos, representado na Figura 3.1 pelo compartimento denominado consumo total de carboidratos (consumo CT). As frações que o compõem são: A' , em que são agrupados carboidratos de baixo peso molecular (açúcares simples) e carboidratos não fibrosos solúveis em solução detergente neutra; $B1'$, na qual são reunidos compostos de natureza polimérica não fibrosos, tais como polissacarídeos não amiláceos e amido (Van Soest et al., 1991; Mertens, 1996b; Hall, 2003); $B2'$, composta por carboidratos fibrosos (insolúveis em solução detergente neutra) potencialmente degradáveis; e C' , basicamente, carboidratos fibrosos indegradáveis por formarem emaranhado com a lignina (Rodrigues e Vieira, 2005).

O compartimento que representa o montante de nitrogênio reciclado pelo corpo do animal (Nreciclado, Figura 3.1) merece destaque devido ao seu papel na conservação de nitrogênio em ruminantes. Parte substancial do nitrogênio consumido é absorvido na forma de amônia pelo epitélio rumino-

reticular e omasal. A amônia é posteriormente convertida a uréia no fígado. Por seu turno, a uréia retorna ao rúmen via secreção salivar ou por difusão através das paredes do órgão. A conservação de nitrogênio é inversamente proporcional ao seu teor dietético, isto é, os mecanismos de conservação são mais eficientes em face de restrições nos teores dietéticos de proteína bruta (Russell et al., 1992; Silanikove, 2000). O papel de tal mecanismo de conservação de nitrogênio por meio da reciclagem de uréia pode explicar o sucesso de sobrevivência da espécie caprina comparativamente a ovinos e bovinos em ambientes inóspitos, como as regiões áridas e semi-áridas do planeta (Silanikove, 2000; Vieira et al., 2005).

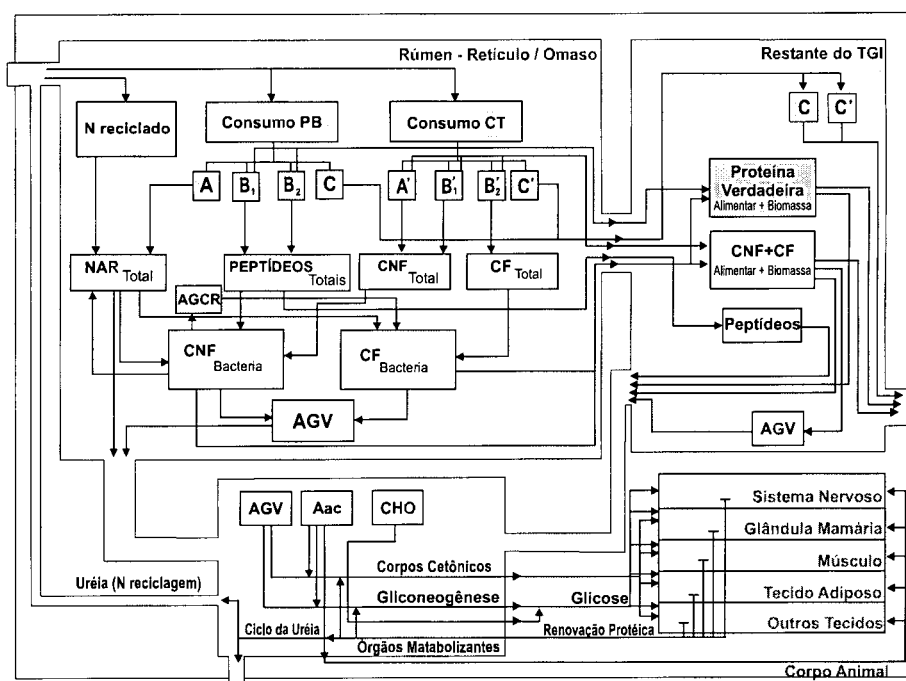


Figura 3.1: Transformações por que passam os compostos nitrogenados e os carboidratos presentes na matéria alimentar consumida por bovinos e demais espécies de animais ruminantes. Explicações no texto.

O processo de degradação dos substratos energéticos disponíveis aos microrganismos anaeróbios do rúmen, conforme esquematizado pela Figura 3.1, resulta na liberação de suas formas mais simples (totais de carboidratos fibrosos, CFtotal, e não fibrosos, CNFtotal, degradados no rúmen), para que sejam assimiladas e fermentadas por grupos de microrganismos que utilizam

carboidratos fibrosos (CFbacteria) e não fibrosos (CNFbacteria). Simultaneamente, as frações protéicas verdadeiras potencialmente degradáveis (B1 e B2) são desdobradas por enzimas proteolíticas, o que leva à formação de um montante de peptídeos que podem ser assimilados pelas CNFbacteria. Uma vez assimilados, os mesmos podem ser incorporados à proteína microbiana ou desdobrados aos seus monômeros, desaminados e até fermentados. O nitrogênio amoniacal oriundo da desaminação contribui, juntamente com o nitrogênio de reciclagem endógena, para a formação do montante de nitrogênio amoniacal ruminal (NARtotal). Além disso, o processo de desaminação também produz ácidos graxos de cadeia ramificada (AGCR). Ambos os grupos microbianos se servem do NARtotal, no entanto, as CFbacteria utilizam prioritariamente esta forma de nitrogênio para o seu crescimento e exigem suprimento externo de AGCR, provido pelas CNFbacteria. O resultado deste processo fermentativo que ocorre no interior do rúmen, retículo e omaso é o crescimento microbiano, isto é, a produção de biomassa microbiana (CFbacteria + CNFbacteria) e de ácidos graxos voláteis (AGV, Figura 3.1). A biomassa microbiana e a matéria alimentar que escapa ao processo de degradação ruminal formam os totais de proteína verdadeira (que inclui peptídeos originários da degradação do alimento e ácidos nucléicos microbianos) e de carboidratos fibrosos e não fibrosos que sofrerão as ações digestoras do restante do trato gastrointestinal. A elas se somam as frações indegradáveis (ou indigeríveis) de compostos nitrogenados e de carboidratos fibrosos que, por seu turno, podem ser isoladas na fibra indigerível dos alimentos, na qual encontra-se também a lignina (Vieira et al., 2005).

Ainda, conforme se depreende da Figura 3.1, a proteína verdadeira e os carboidratos, tanto de origem alimentar como microbiana, são em parte digeridos pelas enzimas do hospedeiro no intestino delgado e por enzimas produzidas por microrganismos anaeróbios existentes no intestino grosso. De tal processo resultam os montantes em carboidratos simples, ácidos aminados

e AGV para serem assimilados pelo epitélio intestinal, bem como excretados nas fezes na forma de resíduos de carboidratos e proteínas não digeridos e indigeríveis de origem alimentar, microbiana e endógena³.

Os nutrientes absorvidos em nível de intestino (ácidos aminados, peptídeos, carboidratos e AGV, Figura 3.1) somam-se aos AGV absorvidos pelo epitélio rumino-reticular e omasal. Todas estas substâncias são utilizadas em parte pelas paredes do trato digestório e transportadas aos órgãos metabolizantes (fígado e rins) para transformação em corpos cetônicos (cetogênese), em glicose (gliconeogênese), em proteínas de exportação (proteínas globulares), uréia e em demais compostos nitrogenados destinados à excreção por via urinária. Os tecidos nervoso, mamário, muscular, adiposo e outros tecidos do ruminante, têm a mesma demanda por glicose que os tecidos de animais não ruminantes. A biossíntese em nível tecidual e a renovação protéica demandam as substâncias exportadas pelos órgãos metabolizantes. A renovação e a mobilização de reservas corporais protéicas promovem a disponibilização e a drenagem de ácidos aminados e metabólitos nitrogenados que retornam aos órgãos metabolizantes para transformação em produtos de excreção e reciclagem endógena (Silva e Leão, 1979; Van Soest, 1994; NRC, 1996; AFRC, 1997). Neste último aspecto em particular, destaca-se o papel da síntese protéica nas glândulas salivares e o ciclo da uréia e a sua migração para o interior do rúmen, por favorecerem aos ruminantes, em particular aos caprinos, explorarem nichos ecológicos que contenham plantas arbustivas, ricas em taninos, e até mesmo plantas forrageiras pobres em proteína bruta (Van Soest, 1987; Silanikove, 2000; Anbarasu et al., 2004 e Vieira et al., 2005).

O aproveitamento dos alimentos ou de suas combinações que constituem as dietas depende, portanto, de seus teores em nutrientes, da eficiência de utilização desses atributos pelo corpo animal e da interação da

³O somatório das perdas endógenas e microbianas equivale à perda fecal metabólica, que não se aplica aos carboidratos.

dieta com o processamento microbiano e com as características do animal hospedeiro.

Observando alguns aspectos dos ruminantes como os hábitos de pastejo, as atividades físicas, as exigências em água, o grau de seletividade por determinados alimentos e outros, faz-se necessário um estudo ponderando-se produtividade e eficiência econômica. Por isso, a compreensão dos processos ligados à degradação e à retenção dos alimentos no rúmen-retículo são de fundamental importância à quantificação dos fenômenos da digestão, da utilização dos nutrientes e da predição do consumo voluntário de matéria seca ($\sum_{i=1}^m x_i$).

A estimação do valor nutricional de matérias-primas, subprodutos da agroindústria e de forragens colhidas pelo animal no pasto ou oferecidas pelo homem, é estratégia básica para a caracterização desses recursos alimentares. A definição de entidades nutricionais, das propriedades cinéticas relacionadas às suas degradações em níveis ruminal e pós-ruminal, a extensão e a forma em que são absorvidas e utilizadas pelo corpo animal para atender aos processos de manutenção e produção, são informações vitais que, acopladas às estimativas das exigências nutricionais, possibilitam o emprego de processos de otimização para a formulação e a validação simultâneas de rações totais de custo mínimo. Contudo, respeitando a natureza não linear destes processos, pode-se obter, inclusive, a predição mais exata do consumo voluntário de matéria seca, ao ser considerada a repleção ruminal da fibra alimentar e a capacidade de retenção de fibra no rúmen (Vieira et al., 1997b; Vieira et al., 2000abc; Gonçalves et al., 2004; Henrique et al., 2005).

O consumo de matéria seca (CMS) é a variável mais importante a afetar o desempenho animal, uma vez que engloba a ingestão de todos os nutrientes e determina a resposta animal (Mertens, 1987; Van Soest, 1994). Se por algum motivo o CMS for muito baixo, ocorre uma redução na taxa

de produção, fazendo o requerimento de manutenção compreender uma grande parte do consumo energético total; por outro lado, se o CMS for muito elevado e exceder às exigências do animal, haverá uma grande deposição de reservas no corpo; portanto, o objetivo da predição do consumo é o fornecimento de uma quantidade diária de alimento para os animais, de modo a atender às exigências nutricionais para um determinado nível de produção (Forbes, 1995).

O modelo animal é basicamente composto por dois conjuntos de equações. O primeiro se refere à descrição dos alimentos quanto ao seu valor nutricional, enquanto função de características intrínsecas do alimento e das funções fisiológicas da categoria animal que o recebe. O segundo conjunto de equações do modelo animal, é referente à determinação das exigências nutricionais diárias dos ruminantes, geradas pelas funções produtivas e pelos processos de manutenção. Essas equações foram obtidas a partir de resultados de experimentos realizados no Brasil e no exterior. (Russell et al., 1992; Sniffen et al., 1992; Forbes, 1995; AFRC, 1997; Henrique et al., 2005).

As estimativas dos parâmetros do primeiro conjunto de equações foram obtidas por meio de levantamento na literatura, especificamente em teses de mestrado e de doutorado desenvolvidas nas Universidades Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Federal de Viçosa, Federal Rural do Rio de Janeiro, Federal de Minas Gerais, Estadual Paulista (Botucatu e Jaboticabal) e da Escola Superior de Agricultura Luis de Queiroz - USP (Piracicaba). O critério para adoção da referência bibliográfica foi baseado no grau de informação que a mesma continha sobre o alimento ou alimentos que compunham as rações experimentais. Informações básicas como os teores médios em proteína bruta, fibra (resíduo insolúvel após tratamento da amostra de alimentos em solução detergente neutra), gordura bruta, matéria mineral, lignina, proteína insolúvel em detergente neutro, nitrogênio não protéico, proteína insolúvel em detergente ácido, cinza insolúvel em detergente neutro

e os teores em macrominerais (Ca, P, Mg, Na, K, S e Cl) e microminerais (Mn, Zn, Cu, Co, I, Fe e Se), são necessárias para que se considerasse a fonte alimentar apta a fazer parte do banco de dados referente a alimentos. Além das estimativas dos teores médios, a referência continha os coeficientes de variação para cada variável mencionada. Foram também consideradas as estimativas das médias e desvios-padrão dos parâmetros cinéticos relativos ao processo digestório.

No presente estudo foi adotada a seguinte convenção:

- i - Índice dos ingredientes;
- j - Índice dos nutrientes;
- m - Número de ingredientes;
- n - Número de nutrientes.

Basicamente, a problemática da dieta ótima consiste, como já apresentada no Capítulo 2, fornecer quantitativos necessários de um conjunto de nutrientes, para a manutenção e o desenvolvimento do animal, considerando o custo da ração.

As fórmulas e as variáveis a seguir que possuem o índice i , significa que serão aplicadas para cada um dos ingredientes da ração. Além disso, as fórmulas e as variáveis que não possuem unidades especificadas, serão denotadas pela unidade gd^{-1} (gramas por dia), com exceção para os microminerais que serão medidos em mgd^{-1} (miligramas por dia). As demais fórmulas e variáveis que não se enquadrarem a uma dessas unidades, terão a mesma especificada no texto.

3.3 Valor nutritivo de ingredientes para composição das restrições nutricionais

Nesta seção serão apresentadas as características alimentares concernentes ao suprimento de proteínas, carboidratos e demais nutrientes, compreendendo esses, os seguintes itens: gordura, proteína, cinzas, fibra e alguns elementos químicos.

Atualmente, os alimentos usados na alimentação de ruminantes devem ser fracionados para sua melhor caracterização (Sniffen *et al.*, 1992; Malafaia e Vieira, 1997; Malafaia *et al.*, 1999; Vieira *et al.*, 2000a,b). O fracionamento se refere à subdivisão dos compostos nitrogenados protéicos, não protéicos (Vieira *et al.*, 2000a) e ao desdobramento dos carboidratos em suas frações fibrosa e não fibrosa (Mertens, 1996; Vieira *et al.*, 2000b). Esta subdivisão é necessária para a operacionalização do modelo CNCPS - Cornell Net Carbohydrate and Protein System (Fox *et al.*, 1992; Russell *et al.*, 1992; Sniffen *et al.*, 1992; O'Connor *et al.*, 1993). A operação deste modelo permite verificar se existe sincronização entre a digestão ruminal de carboidratos e de compostos nitrogenados para maximização do crescimento microbiano em nível de rúmen, a redução das perdas em nutrientes nas fezes e urina, e o aumento da eficiência de utilização da proteína e da energia alimentar para as funções produtivas.

Pode-se considerar que a matéria seca (MS) dos alimentos é constituída basicamente de proteína, carboidratos, gordura (G) e matéria mineral (MM). A proteína bruta (PB) dos alimentos é estimada mediante a determinação do teor de nitrogênio total pelo método Kjeldhal (AOAC, 1990), enquanto que a determinação dos carboidratos totais (CT) é calculada pela diferença $[MS - (PB + G + MM)]$, conforme Sniffen *et al.* (1992).

3.3.1 Determinação da quantidade de frações de compostos nitrogenados em cada um dos ingredientes da ração total.

Será aqui considerado o suprimento em proteína. A proteína bruta foi dividida em 4 frações elementares fundamentais. Primeiramente foram apresentadas esses 4 componentes: A , B_1 , B_2 e C .

Sendo A_i, B_{1i}, B_{2i} e C_i os teores, respectivamente, das frações A , B_1 , B_2 e C . Os montantes dessas frações serão dados por:

$$PA_i = x_i \cdot A_i;$$

$$PB_{1i} = x_i \cdot B_{1i};$$

$$PB_{2i} = x_i \cdot B_{2i};$$

$$PC_i = x_i \cdot C_i.$$

Dessa forma, a quantidade total de proteína bruta, PB_i , é igual a soma das quatro parcelas anteriores, ou seja,

$$PB_i = PA_i + PB_{1i} + PB_{2i} + PC_i.$$

3.3.2 Determinação do montante de frações de carboidratos em cada um dos ingredientes da ração total.

O quantitativo de carboidratos, como já foi dito, pode ser subdividido em dois tipos: carboidratos não fibrosos e carboidratos fibrosos. Cada uma dessas parcelas, por sua vez, pode ser subdividida em outras duas, frações A' e B_1' e frações B_2' e C' , respectivamente.

Sendo A'_i, B_{1i}', B_{2i}' e C'_i os teores das frações A' , B_1' , B_2' e C' nos ingredientes. Os montantes dessas frações serão dados por:

$$CA'_i = x_i \cdot A'_i;$$

$$CB1'_i = x_i \cdot B1'_i;$$

$$CB2'_i = x_i \cdot B2'_i;$$

$$CC'_i = x_i \cdot C'_i.$$

Dessa forma, a quantidade total de carboidratos, CT_i , é igual à soma das quatro parcelas anteriores, ou seja,

$$CT_i = CA'_i + CB1'_i + CB2'_i + CC'_i.$$

Dessa maneira, a quantidade total de carboidratos não fibrosos, CNF_i , é igual à soma das duas parcelas pertinentes, ou seja,

$$CNF_i = CA'_i + CB1'_i.$$

Da mesma forma, a quantidade total de carboidratos fibrosos, CF_i , é igual à soma das duas outras parcelas que os compõem, ou seja,

$$CF_i = CB2'_i + CC'_i.$$

Logo, a quantidade total de carboidratos corresponde à soma dos totais em carboidratos fibrosos e não fibrosos,

$$CT_i = CNF_i + CF_i.$$

3.3.3 Determinação da quantidade dos demais nutrientes em cada um dos ingredientes da ração total.

Sendo GB_i o teor de gordura bruta, o montante de gordura bruta, G_i , constante em cada ingrediente será dado por:

$$G_i = x_i \cdot GB_i.$$

Sendo MM_i o teor de matéria mineral, o montante de resíduo mineral ou cinzas, $Cinzas_i$, constante em cada ingrediente será dado por:

$$Cinzas_i = x_i \cdot MM_i.$$

Sendo F_i o teor de fibra (resíduo insolúvel em solução detergente neutra) então o montante de fibra, $fibra_i$, constante em cada ingrediente será dado por:

$$fibra_i = x_i \cdot F_i.$$

A quantidade de fibra fisicamente efetiva, FE_i , será dada por:

$$FE_i = fef_i \cdot fibra_i.$$

onde o termo $fef_i \in [0, 1]$ é o fator de efetividade física da fibra, atributo do alimento. Este fator basicamente representa a fração da quantidade de fibra existente no alimento necessário à manutenção de condições favoráveis de crescimento microbiano no rúmen. Existe uma ampla variabilidade deste fator, por exemplo, a farinha de mandioca possui fef igual a zero (fef_{min}), enquanto que o capim possui fef igual a um (fef_{max}). A tabela 1 (anexo) fornece o valor do fef para cada ingrediente da ração.

Os minerais ou elementos inorgânicos são essenciais ao funcionamento de diversos sistemas multi-enzimáticos que operam em inúmeras funções vitais, tanto dos microrganismos como dos animais ruminantes que os hospedam em seu trato gastrointestinal. Estes os obtêm de seu ambiente por meio do consumo de alimentos. Para caracterizá-los nos alimentos, então, consideremos $[Ca]_i$, $[P]_i$, $[Mg]_i$, $[K]_i$, $[Na]_i$, $[Cl]_i$, $[S]_i$, $[Co]_i$, $[Cu]_i$, $[I]_i$, $[Fe]_i$, $[Mn]_i$, $[Se]_i$, $[Zn]_i$, respectivamente, os teores dos elementos químicos Ca (Cálcio), P (Fósforo), Mg (Magnésio), K (Potássio), Na (Sódio), Cl (Cloro), S (Enxofre), Co (Cobalto), Cu (Cobre), I (Iodo), Fe (Ferro), Mn (Manganês), Se (Selênio) e Zn (Zinco). O montante desses elementos

químicos nos ingredientes dietéticos será dado por:

$$Ca_i = x_i \cdot [Ca]_i;$$

$$P_i = x_i \cdot [P]_i;$$

$$Mg_i = x_i \cdot [Mg]_i;$$

$$K_i = x_i \cdot [K]_i;$$

$$Na_i = x_i \cdot [Na]_i;$$

$$Cl_i = x_i \cdot [Cl]_i;$$

$$S_i = x_i \cdot [S]_i;$$

$$Co_i = x_i \cdot [Co]_i;$$

$$Cu_i = x_i \cdot [Cu]_i;$$

$$I_i = x_i \cdot [I]_i;$$

$$Fe_i = x_i \cdot [Fe]_i;$$

$$Mn_i = x_i \cdot [Mn]_i;$$

$$Se_i = x_i \cdot [Se]_i;$$

$$Zn_i = x_i \cdot [Zn]_i.$$

3.3.4 Disponibilidade ruminal das frações de compostos nitrogenados fornecidos pelos ingredientes da ração

A digestibilidade é dependente do espaço de tempo que o alimento permanece no trato digestivo para hidrólise e, conseqüentemente, tanto as taxas de degradação como as de passagem estão relacionadas com o consumo voluntário (Figura 3.2), termo comumente utilizado para designar o

limite máximo do apetite. As variações no consumo resultam de uma interação complexa, a qual inclui a dieta (composição bromatológica e estruturas anatômicas), os microrganismos do rúmen (condições para um crescimento ótimo), o hospedeiro (idade, tamanho, sexo e estado fisiológico) (Mertens, 1987; Thiago e Gill, 1990; Mertens, 1994) e, ainda, os mecanismos psicogênicos que integram o hospedeiro ao meio (Mertens, 1987; 1994).

A fase sólida do rúmen, constituída basicamente pelas partículas fibrosas, pode ser descrita por meio de um sistema (Figura 3.2) baseado em cinética seqüencial de primeira ordem para a transferência de massa entre compartimentos (k_a , k_d , k_r e k_e), sendo acomodadas as etapas iniciais de preparo (k_a) das partículas alimentares recém ingeridas (UND e UNI) para o processo de degradação, a retenção seletiva (k_r) dentro do subcompartimento ruminal de partículas recém ingeridas (AND e ANI) prontas para a degradação (k_d), e o subcompartimento de pequenas partículas (AED e AEI) elegíveis ao escape final (k_e) do rúmen-retículo. Estes processos são resultantes da competição entre os processos químicos e físicos da digestão no rúmen. Sua concepção por Allen e Mertens (1988) foi, em parte, devida aos conceitos propostos por Hungate, em 1968 (citado por Ellis et al., 1979), e reafirmados por Ellis et al. (2002).

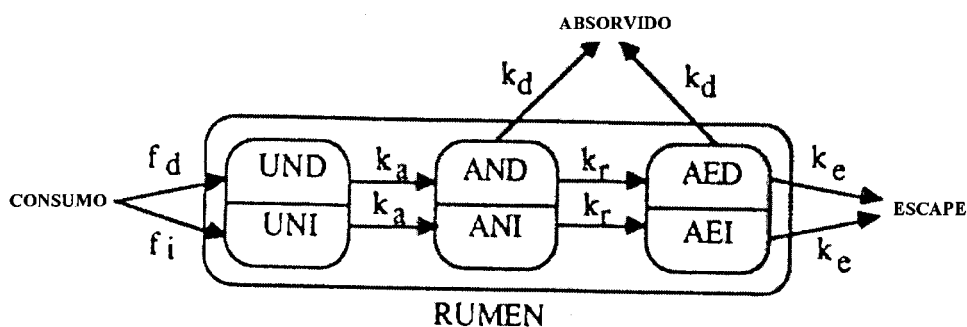


Figura 3.2: Modelo da dinâmica ruminal das frações alimentares insolúveis. Ver detalhes no texto. Fonte: Allen e Mertens (1988).

A regulação do consumo, segundo Mertens (1994), envolve sinais que operam por meio de vários mecanismos neuroendócrinos, tanto no curto

como no longo prazos. É consensual a idéia de que os animais consomem o alimento para atender à demanda energética. Entretanto, quando dietas de baixa qualidade são fornecidas, o animal consome apenas uma quantidade de alimento que esteja de acordo com a capacidade do seu trato gastrintestinal em armazená-la e processá-la (Mertens, 1987; 1994; Forbes, 1995).

Baseados nas observações de Lehman (citado por Balch e Campling, 1962, e por Forbes, 1995) e no desdobramento conceitual da celulose proposto por Waldo et al. (1972), Vieira et al. (1997b) e Gonçalves et al. (2004) argumentaram que o papel do resíduo indigerível da fibra, cuja estimativa pode ser obtida tanto *in vitro* como *in situ*, é marcante sobre o efeito de repleção ruminal. Teoricamente, a capacidade de consumo de fibra pode ser substituída pela capacidade de consumo ou de retenção de fibra indigerível, corrigida para a proporção de fibra efetiva que atua na manutenção da estabilidade do ecossistema ruminal. A hipótese lançada por Vieira et al. (1997b) foi confirmada com novilhos a pasto, que apresentaram consumo de fibra indigerível constante e da ordem de 0,6 % do peso vivo, ou seja, independente da estação do ano (chuvosa ou seca) ou do grau de maturidade do pasto (Vieira et al., 2000c). Com isso, estudos para a identificação do papel dos resíduos indigeríveis da fibra na regulação do CMS são extremamente necessários para o balanceamento de rações em programas de formulação, principalmente quando se trata de animais com elevada demanda por nutrientes (Van Soest, 1994; Gonçalves et al., 2004).

Uma vez que tanto a fibra como os compostos nitrogenados estão presentes nas mesmas partículas alimentares, é racional modelá-las, pelo menos as porções insolúveis da proteína e dos constituintes da parede celular vegetal, de forma semelhante. Desta forma, será apresentado a seguir a forma de estimação da disponibilidade ruminal para cada uma das quatro frações da proteína.

A seguir será apresentado a disponibilidade ruminal para cada uma das 4 frações da proteína.

A disponibilidade ruminal da fração A , $DR A_i$, é exatamente igual ao montante de proteína ingerido desta fração, ou seja,

$$DR A_i = P A_i.$$

A disponibilidade ruminal das frações $B1$ e $B2$, respectivamente, $DR B1_i$ e $DR B2_i$, são dadas por:

$$DR B1_i = P B1_i \cdot \frac{kd1_i}{kd1_i + \frac{1}{TMR_i}};$$

$$DR B2_i = P B2_i \cdot \frac{kd2_i}{kd2_i + \frac{1}{TMR_i}};$$

onde os termos $kd1_i$ e $kd2_i$, são as taxas de digestão das frações $B1$ e $B2$, respectivamente. Além disso, kr_i é a taxa de passagem de partículas fibrosas longas recém ingeridas para as porções ventrais do rúmen e ke_i é a taxa de escape ruminal das partículas fibrosas para o restante do trato gastrointestinal (Figura 3.2). Estas taxas são expressas em unidades recíprocas de tempo (h^{-1}), assim como todas as outras taxas que virão a seguir. O termo TMR_i corresponde ao tempo médio de retenção da fibra no rúmen, expresso em horas(h), calculado através de duas cláusulas:

$$TMR_i = \begin{cases} \frac{1}{ke_i}, & \text{quando } kr_j \text{ não se aplicar ao ingrediente } i; \\ \frac{N}{kr_i} + \frac{1}{ke_i}, & \text{para os outros casos,} \end{cases}$$

onde N pode ser $N = 2$ ou 3 , dependendo do ingrediente alimentar.

A disponibilidade ruminal de peptídeos, $DRPEP_i$, é dada pela soma,

$$DRPEP_i = DR B1_i + DR B2_i.$$

3.3.5 Escape ruminal das frações de compostos nitrogenados

Os escapes ruminais das frações B_1 e B_2 , respectivamente representadas pelas variáveis ERB_{1_i} e ERB_{2_i} , são dados pelas diferenças entre o montante de proteína e a disponibilidade ruminal de cada uma das frações, ou seja,

$$ERB_{1_i} = PB_{1_i} - DRB_{1_i};$$

$$ERB_{2_i} = PB_{2_i} - DRB_{2_i}.$$

O escape ruminal da fração C , ERC_i , é igual ao montante desta fração da proteína ingerido, ou seja,

$$ERC_i = PC_i.$$

3.3.6 Disponibilidade ruminal das frações de carboidratos.

A disponibilidade ruminal das frações A' , B_1' e B_2' , respectivamente, DRA'_i , $DRB_{1'_i}$ e $DRB_{2'_i}$, são dadas por:

$$DRA'_i = CA'_i \cdot \frac{kd1'_i}{kd1'_i + kl};$$

$$DRB_{1'_i} = CB_{1'_i} \cdot \frac{kd2'_i}{kd2'_i + \frac{1}{TMR_i}};$$

$$DRB_{2'_i} = CB_{2'_i} \cdot \frac{kd3'_i}{kd3'_i + \frac{1}{TMR_i}},$$

onde os termos $kd1'_i$, $kd2'_i$ e $kd3'_i$, são as taxas de digestão das frações A' , B_1' e B_2' , respectivamente e kl é a taxa de diluição de líquidos do rúmen calculada por:

$$kl = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{\sum_{i=1}^m x_i \cdot TMR_i} \cdot 3.$$

Além disso, tem-se o tempo médio de retenção de líquidos, $TMRL$, expresso em (h) e calculado por:

$$TMRL = \frac{1}{kl}.$$

3.3.7 Escape ruminal das frações de carboidratos.

Os escapes ruminais das frações A' , $B1'$ e $B2'$, respectivamente representadas pelas variáveis ERA'_i , $ERB1'_i$ e $ERB2'_i$, são dados pelas diferenças entre o montante de carboidratos e a disponibilidade ruminal de cada uma das frações, ou seja,

$$ERA'_i = CA'_i - DRA'_i;$$

$$ERB1'_i = CB1'_i - DRB1'_i;$$

$$ERB2'_i = CB2'_i - DRB2'_i.$$

O escape ruminal da fração C' , ERC'_i , é exatamente igual ao montante desta fração de carboidratos ingerido, ou seja,

$$ERC'_i = CC'_i.$$

3.3.8 Cálculo do rendimento microbiano em nível de rúmen.

A variável, $YG1$, é o rendimento teórico máximo para o crescimento de microrganismos ruminais que utilizam os carboidratos fibrosos dos ingredientes. É uma constante medida em g de massa de células por g de carboidratos fibrosos e equivalente a

$$YG1 = 0,4.$$

A variável, $YG2$, é o rendimento teórico máximo para o crescimento de microrganismos ruminais que utilizam os carboidratos não fibrosos dos

ingredientes, medida em g de massa de células por g de carboidratos não fibrosos e calculado através de duas cláusulas:

$$YG2 = \begin{cases} 0,4 & \text{se } \frac{\sum_{i=1}^m \text{fibra}_i}{\sum_{i=1}^m x_i} \geq 0,2 \\ 0,4 \cdot \left[1 - 0,025 \left(20 - \frac{100 \sum_{i=1}^m \text{fibra}_i}{\sum_{i=1}^m x_i} \right) \right] & \text{caso contrário} \end{cases}$$

As variáveis, $Y1_i$, $Y2_i$, $Y3_i$, representam a eficiência de crescimento dos microrganismos que utilizam carboidratos fibrosos (fração $B2'$), carboidratos não fibrosos (fração A') e carboidratos não fibrosos (fração $B1'$), respectivamente, e são calculadas da seguinte forma:

$$Y1_i = \frac{kd3'_i \cdot YG1}{km1 \cdot YG1 + kd3'_i};$$

$$Y2_i = \frac{kd1'_i \cdot YG2}{km2 \cdot YG2 + kd1'_i};$$

$$Y1_i = \frac{kd2'_i \cdot YG2}{km2 \cdot YG2 + kd2'_i};$$

onde os termos $km1$ e $km2$ são as taxas de manutenção das bactérias que utilizam os carboidratos fibrosos e não fibrosos. Estas constantes assumem os valores:

$$km1 = 0,05;$$

$$km2 = 0,15.$$

A disponibilidade de peptídeos em relação às frações A' e $B1'$ de carboidratos, $RATIO_i$, é uma grandeza adimensional e calculada por:

$$RATIO_i = \frac{DRPEP'_i}{DRPEP_i + DRA'_i + DRB1'_i}$$

O acréscimo percentual no rendimento devido à disponibilidade de peptídeos em relação às frações A' e $B1'$, IMP_i , é dado pela função exponencial:

$$IMP_i = e^{[0,404 \cdot \ln(100 \cdot RATIO_i) + 1,942]},$$

onde $0 \leq IMP_i \leq 18$.

A biomassa de células produzidas a partir da disponibilidade ruminal dos carboidratos fibrosos, $BACTCF_i$, é dada por:

$$BACTCF_i = Y1_i \cdot DRB2'_i.$$

As eficiências de crescimento microbiano corrigidas em função do IMP_i , são

$$Y2'_i = Y2_i(1 + IMP_i \cdot 0,01);$$

$$Y3'_i = Y3_i(1 + IMP_i \cdot 0,01).$$

A biomassa de células produzidas a partir da disponibilidade ruminal dos carboidratos não fibrosos, $BACTNF_i$, é dada por:

$$BACTNF_i = Y2'_i \cdot DRA'_i + Y3'_i \cdot DRB1'_i.$$

A biomassa de células produzidas a partir da disponibilidade ruminal total dos carboidratos, $BACT_i$, é a soma dos dois termos anteriores, ou seja,

$$BACT_i = BACTCF_i + BACTNF_i.$$

3.3.9 Cálculo do balanço do nitrogênio amoniacal ruminal (BNAR)

A quantidade de nitrogênio contido na biomassa produzida no rúmen a partir dos carboidratos fibrosos e não fibrosos, respectivamente, $NBACTCF_i$

e $NBACTNF_i$, correspondem a 10% de suas biomassas, ou seja,

$$NBACTCF_i = 0,1 \cdot BACTCF_i;$$

$$NBACTNF_i = 0,1 \cdot BACTNF_i.$$

O montante de peptídeos assimilados pelos microrganismos, $PEPUP_i$, correspondem a:

$$PEPUP_i = \frac{kup \cdot NBACTNF_i}{kup \cdot NBACTNF_i + kl} \cdot DRPEP_i,$$

onde o termo kup é a taxa de utilização de peptídeos pelas bactérias que usam carboidratos não fibrosos para o seu crescimento, assumida como constante e igual a:

$$kup = 0,07.$$

Se os animais recebem ionóforos na ração, uma condição especial de arraçoamento, então uma nova taxa de utilização de peptídeos ($kupi$) deve ser utilizada, que corresponde a 66% da taxa anterior, ou seja,

$$kupi = kup \cdot 0,66.$$

O nitrogênio contido nos peptídeos assimilados pelas bactérias que utilizam os carboidratos não fibrosos, $NPEPUP_i$, equivale a seguinte fração do $PEPUP_i$:

$$NPEPUP_i = \frac{PEPUP_i}{6,25}.$$

A retenção do nitrogênio pelas bactérias que utilizam os carboidratos não fibrosos, $RNPEPUP_i$, é calculada através de duas cláusulas:

$$RNPEPUP_i = \begin{cases} NPEPUP_i, & \text{Se } NBACTNF_i \geq \frac{NPEPUP_i}{0,66} \\ 0,66 \cdot NBACTNF_i, & \text{Se } NBACTNF_i < \frac{NPEPUP_i}{0,66} \end{cases}$$

O nitrogênio amoniacal retido pelas bactérias que utilizam os carboidratos fibrosos e não fibrosos, $NAMBACTCF_i$ e $NAMBACTNF_i$, correspondem, respectivamente, a:

$$NAMBACTCF_i = NBACTCF_i;$$

$$NAMBACTNF_i = NBACTNF_i - RNPEPUP_i.$$

Considere X , uma variável que representa o teor de proteína bruta da dieta, sendo calculada pela seguinte expressão:

$$X = \frac{100 \cdot \sum_{i=1}^m (PA_i + PB1_i + PB2_i + PC_i)}{\sum_{i=1}^m x_i}.$$

onde $X \in [3; 18, 56]$.

Como mencionado anteriormente, a conservação de nitrogênio em animais ruminantes decorre da utilização de reservas corporais, drenadas para os órgãos metabolizantes onde ocorre produção de uréia, a qual é parcialmente excretada para o meio, e parte é reciclada via saliva, ou difunde-se diretamente para o interior do rúmen (Figura 3.1). Esta reciclagem endógena (Y) pode ser empiricamente estimada, com base na seguinte equação:

$$Y = 121,7 - 12,01X + 0,325X^2.$$

Uma vez que o total de proteína verdadeira degradável no rúmen, PDR , é expresso por:

$$PDR = \sum_{i=1}^m (DRB1_i + DRB2_i),$$

finalmente, o balanço do nitrogênio amoniacal ruminal, $BNAR$, pode ser então calculado com base na seguinte expressão:

$$BNAR = \frac{Y}{100} \cdot \frac{PB}{6,25} + \frac{PDR}{6,25} + \frac{\sum_{i=1}^m PA_i}{6,25} - \sum_{i=1}^m RNPEPUP_i - \sum_{i=1}^m NAMBACTNF_i - \sum_{i=1}^m NAMBACTCF_i.$$

3.3.10 Cálculo dos nutrientes contidos na biomassa microbiana.

As variáveis, $ERPBM_i$, $ERPPCM_i$, $ERANM_i$, $ERCTM_i$, $ERGM_i$ e $ERCinzasM_i$, representam respectivamente, os escapes ruminais de proteína bruta, proteínas ligadas à parede celular, ácidos nucléicos, carboidratos totais, gordura e cinzas, todas associadas à biomassa microbiana. Essas variáveis são frações da $BACT_i$, sendo calculadas por :

$$ERPBM_i = 0,60 \cdot 0,625 \cdot BACT_i;$$

$$ERPPCM_i = 0,25 \cdot 0,625 \cdot BACT_i;$$

$$ERANM_i = 0,15 \cdot 0,625 \cdot BACT_i;$$

$$ERCTM_i = 0,21 \cdot BACT_i;$$

$$ERGM_i = 0,12 \cdot BACT_i;$$

$$ERCinzasM_i = 0,044 \cdot BACT_i.$$

3.3.11 Absorção intestinal dos nutrientes

Após ocorrer o processamento do alimento ingerido e retido no rúmen, tanto a biomassa microbiana produzida sobre os substratos degradados, quanto a matéria alimentar que escapou ao processo de degradação, bem como os ácidos graxos voláteis produzidos, tornam-se substrato para absorção em locais específicos do TGI dos ruminantes (Figura 3.1). Desta forma, pode-se estimar a absorção intestinal dos nutrientes com base nas equações a seguir.

As digestibilidades intestinais das frações $B1$ e $B2$ que escapam à degradação ruminal são dadas respectivamente por:

$$DIB1_i = ERB1_i;$$

$$DIB2_i = 0,80 \cdot ERB2_i.$$

Assim a digestibilidade intestinal total da proteína de origem alimentar, $DIPA_i$, é a soma das duas parcelas anteriores, ou seja,

$$DIPA_i = DIB1_i + DIB2_i.$$

As digestibilidades intestinais da proteína verdadeira e dos ácidos nucléicos microbianos, respectivamente, $DIPVM_i$ e $DIANM_i$, são exatamente iguais a seus respectivos escapes ruminais microbianos, ou seja,

$$DIPVM_i = ERPBM_i;$$

$$DIANM_i = ERANM_i.$$

A digestibilidade intestinal da proteína, DIP_i , corresponde a soma dos três termos anteriores, ou seja,

$$DIP_i = DIPA_i + DIPVM_i + DIANM_i.$$

3.3.12 Absorção de carboidratos pelo trato gastrintestinal

A quantidade de ácidos graxos voláteis, AGV_i , é dada pela soma das disponibilidades ruminais das frações de carboidratos, ou seja,

$$AGV_i = DRA'_i + DRB1'_i + DRB2'_i.$$

A digestibilidade intestinal dos carboidratos, $DICA_i$, é calculada pela seguinte expressão:

$$DICA_i = ERA'_i + cd_i \cdot ERB1'_i + 0,2 \cdot ERB2'_i$$

onde o coeficiente $0,2$ corresponde a digestibilidade intestinal da fração $B2'$ e o termo cd_i (tabela 2 do anexo) é o coeficiente de digestibilidade intestinal da fração $B1'$.

A digestibilidade intestinal dos carboidratos microbianos, $DICM_i$, é calculada sobre o escape total de carboidratos microbianos, $ERCTM_i$, dada por:

$$DICM_i = 0,95 \cdot ERCTM_i.$$

Portanto a digestibilidade intestinal do total de carboidratos que fluem para o intestino $DITC_i$ é dada pela soma dos três termos anteriores, ou seja,

$$DITC_i = AGV_i + DICA_i + DICM_i.$$

3.3.13 Absorção intestinal da gordura

Analogamente aos carboidratos, as gorduras alimentares e microbiana também são digeridas intestinalmente. Portanto, o escape ruminal de gordura, $ERGB_i$, é igual à quantidade de gordura bruta constante neste ingrediente, ou seja,

$$ERGB_i = G_i,$$

e a digestibilidade intestinal da gordura e da gordura microbiana, respectivamente, $DIGA_i$ e $DIGM_i$, são dadas por:

$$DIGA_i = ERGB_i;$$

$$DIGM_i = 0,95 \cdot ERGM_i.$$

A digestibilidade intestinal da gordura total, DIG_i , é dada pela soma dos dois termos anteriores, ou seja,

$$DIG_i = DIGA_i + DIGM_i.$$

3.3.14 Perdas fecais do ingrediente e microbianas

O balanço de matéria correspondente ao que é absorvido pelos animais depende das perdas fecais, tanto de origem alimentar (ingredientes da dieta),

como da biomassa microbiana que escapam às ações digestoras do TGI dos ruminantes. Assim, as perdas fecais, a começarem pelas frações $B2$ e C , respectivamente, $PFB2_i$ e PFC_i , são dadas por:

$$PFB2_i = (1 - 0,80) \cdot ERB2_i;$$

$$PFC_i = ERC_i.$$

As perdas fecais de proteínas, $PFPA_i$, são iguais à soma dos dois termos anteriores, ou seja,

$$PFPA_i = PFB2_i + PFC_i.$$

As perdas fecais das frações $B1'$, $B2'$ e C' , respectivamente, $PFB1'_i$, $PFB2'_i$ e PFC'_i , são expressas por:

$$PFB1'_i = (1 - cd_i) \cdot ERB1'_i;$$

$$PFB2'_i = (1 - 0,20) \cdot ERB2'_i;$$

$$PFC'_i = ERC'_i.$$

As perdas fecais do total de carboidratos, $PFCTA_i$, são iguais à soma dos três termos anteriores, ou seja,

$$PFCTA_i = PFB1'_i + PFB2'_i + PFC'_i.$$

As perdas fecais de cinzas, $PFCinzas_i$, são dadas por:

$$PFCinzas_i = Cinzas_i.$$

As perdas fecais de parede celular microbiana, $PFPCM_i$, são dadas por:

$$PFPCM_i = ERPPCM_i.$$

As perdas fecais relativas ao total de proteína microbiana, $PFPM_i$, são exatamente iguais ao termo anterior,

$$PFPM_i = PFPCM_i.$$

As perdas fecais microbianas de carboidratos, gorduras e cinzas, respectivamente, $PFCM_i$, $PFGM_i$ e $PFPCM_i$ são dadas por:

$$PFCM_i = (1 - 0,95) \cdot ERCTM_i;$$

$$PFGM_i = (1 - 0,95) \cdot ERGM_i;$$

$$PFCinzasM_i = ERCinzasM_i.$$

As perdas fecais de massa bacteriana nas fezes são iguais a soma dos quatro termos anteriores, ou seja,

$$PFBACT_i = PFPM_i + PFCM_i + PFGM_i + PFCinzasM_i.$$

3.3.15 Perdas fecais endógenas

As perdas fecais endógenas correspondem às secreções digestivas (bile, suco gástrico, pancreático, enzimas, muco) elaboradas pelo trato gastrintestinal, bem como às descamações do epitélio ruminal intestinal. Estas perdas são basicamente compostas por proteínas, gorduras e cinzas. Assim, as perdas fecais endógenas, $PFEP_i$, $PFEG_i$ e $PFECinzas_i$ são respectivamente, dadas por:

$$PFEP_i = 0,0387 \cdot PB_i;$$

$$PFEG_i = 0,017 \cdot G_i;$$

$$PFECinzas_i = 0,0119 \cdot Cinzas_i.$$

3.3.16 Total de perdas fecais

O total de perdas fecais em proteínas, carboidratos, gordura e cinzas, respectivamente, $TPFPROT_i$, $TPFCT_i$, $TPFG_i$, $TPFCinzas_i$ são expressas pelas equações:

$$TPFPROT_i = PFPA_i + PFPM_i + PFEP_i;$$

$$TPFCT_i = PFCTA_i + PFCEM_i;$$

$$TPFG_i = PFGM_i + PFEG_i;$$

$$TPFCinzas_i = PFCinzas_i + PFCinzasM_i + PFECinzas_i.$$

Desta forma, pode-se estimar a quantidade de matéria seca indigerível, MSI_i , dada pela soma das quatro parcelas anteriores, ou seja,

$$MSI_i = TPFPROT_i + TPFCT_i + TPFG_i + TPFCinzas_i.$$

3.3.17 Total de nutrientes aparentemente digeríveis

O total de nutrientes aparentemente digeríveis, $TNAD_i$, é representado pela seguinte expressão:

$$TNAD_i = (PB_i - TPFPROT_i) + (CT_i - TPFCT_i) + 2,25(G_i - TPFG_i).$$

O teor do total de nutrientes aparentemente digeríveis da ração, $[TNAD]_i$, é dado por:

$$[TNAD]_i = \frac{TNAD_i}{\sum_{i=1}^m x_i}$$

3.3.18 Cálculo da energia metabolizável

O montante de energia digerível disponível ao animal, CED , provida pelos ingredientes da ração, medidos em MJd^{-1} é calculado pela fórmula:

$$CED = 0,001 \cdot 4,409 \cdot 4,184 \cdot \sum_{i=1}^m TNAD_i.$$

A energia metabolizável corresponde ao calor de combustão do total de compostos orgânicos oxidáveis pelo corpo do animal. Este montante de energia metabolizável disponível ao animal, CEM , medidos em MJd^{-1} , é calculado pela seguinte expressão:

$$CEM = CED \cdot 0,82.$$

3.3.19 Consumo de proteína metabolizável

A proteína metabolizável corresponde ao total de ácidos aminados disponíveis à circulação sistêmica após absorção, o que exige correção para o total de ácidos nucléicos absorvidos. Esta quantidade de proteína metabolizável disponível ao animal, PM_i , é calculada da seguinte forma:

$$PM_i = DIP_i - DIANM_i.$$

O teor de proteína metabolizável da ração total otimizada, $[PM]$, é, evidentemente, dado por:

$$[PM] = \frac{\sum_{i=1}^m PM_i}{\sum_{i=1}^m x_i}.$$

3.3.20 Conversão de energia metabolizável em energia líquida de produção

As estimativas abaixo são constantes medidas em $MJkg^{-3/4}d^{-1}$.

A estimativa da exigência de energia líquida (energia livre) para os processos de manutenção, α , assume o seguinte valor constante,

$$\alpha = 0,305.$$

A estimativa do parâmetro que representa o coeficiente linear entre a retenção de energia pelo corpo do animal e o consumo de energia metabo-

lizável, γ , assume o seguinte valor constante,

$$\gamma = -0,176.$$

A estimativa da eficiência líquida de utilização da energia metabolizável para o ganho em massa corporal, δ , assume o seguinte valor constante e adimensional,

$$\delta = 0,37.$$

A eficiência total de utilização da energia metabolizável da ração pelo animal para efetuar os processos de manutenção e ganho em massa corporal, kmg , é uma grandeza adimensional, calculada pela seguinte expressão.

$$kmg = \frac{0,305}{CEM \div M^{3/4}} - \frac{0,176}{CEM \div M^{3/4}} + 0,37$$

onde o termo M representa a massa do animal, expressa em kg .

O montante de energia líquida total (manutenção e ganho), EL_t , disponível para o animal medida em MJd^{-1} , a partir da ração, é calculado por:

$$EL_t = kmg \cdot CEM.$$

O teor de energia líquida total da ração, $[EL_t]$, é dado pela seguinte fórmula:

$$[EL_t] = \frac{EL_t}{\sum_{i=1}^m x_i}.$$

3.4 Exigências Nutricionais

Os estudos para estimação das necessidades nutricionais dos animais domésticos, aos quais incluem-se os bovinos, são, reconhecidamente, os principais programas relativos à pesquisa zootécnica empreendidos pelos países desenvolvidos (como exemplos, AFRC, 1993; 1997; NRC, 1996; 2001; Goetsch

e Sahlu, 2004). No Brasil, numerosas dissertações de mestrado e teses de doutorado têm abordado o problema e produzido importantes resultados, com o intuito de estimar suas exigências nutricionais e acumular informações para estudos mais abrangentes *a posteriori*. Uma vez que o processo de melhoramento zootécnico é contínuo, estudos desta natureza devem ser multiplicados e perpetuados sem remissões, dada a vocação natural de nosso território para a produção de proteína animal em quantidade e qualidade no contexto mundial (Vieira et al., 2005).

3.4.1 Determinação da massa de corpo vazio ou massa corporal isenta de conteúdo gastrintestinal

Os animais bovinos criados para o corte podem ser classificados em categorias ou classes básicas quanto à sua espécie, sexo, faixa etária, entre outros. Para cada uma dessas é válido um modelo específico, devendo ser tratado separadamente. Neste trabalho, serão considerados animais mestiços que são produtos resultantes do cruzamento entre as espécies *Bos indicus* e *Bos taurus*, em particular bovinos inteiros, ou seja, que não sofreram neutralização sexual ou castração, na fase de crescimento.

A massa corporal isenta de conteúdo gastrintestinal, MCV , expressa em kg é estimada por meio de expressão empírica, obtida através de regressão estatística:

$$MCV = -34,34 + 0,92M.$$

onde M é a massa do animal, medida em kg . Esta medida é importante, pois permite estimar apenas a massa corporal fisiologicamente ativa do corpo animal.

3.4.2 Determinação da exigência líquida de proteína para os processos de manutenção.

Estudos recentes têm possibilitado demonstrar que ao satisfazer as necessidades dos microrganismos ruminais em proteína degradável e balanceando-se adequadamente a disponibilidade ruminal de carboidratos, maximiza-se a produção de proteína microbiana (Figura 3.1), que é a forma mais econômica de atendimento às exigências em proteína metabolizável dos ruminantes (Fox e Barry, 1995; Prieto et al., 2000; Soto Navarro et al., 2004). É claro que a demanda por proteína metabolizável depende da magnitude das funções produtivas, que por seu turno, estão em função do tipo zootécnico do animal, de seu potencial genético e das características qualitativas e quantitativas da dieta (Vieira et al., 2005).

A exigência em proteína metabolizável necessária para suprir os processos de síntese para substituição dos tecidos em processo contínuo de descamação, representada pela variável PD , é calculada pela seguinte fórmula:

$$PD = \frac{2,75M^{0,5}}{0,67}.$$

A exigência em proteína metabolizável para suprir as perdas endógenas de nitrogênio urinário, representadas pela variável PU , é calculada pela seguinte fórmula:

$$PU = \frac{0,2 \cdot M^{0,6}}{0,67}.$$

A exigência em proteína metabolizável para suprir as perdas protéicas de origem metabólica nas fezes, representada pela variável, PFM é calculada pela seguinte fórmula:

$$PFM = 0,09 \cdot MSI.$$

Portanto, a exigência total em proteína metabolizável para manutenção,

PM_m , é calculada pela soma dos três termos anteriores, ou seja,

$$PM_m = PD + PU + PFM.$$

3.4.3 Determinação da exigência líquida de proteína para o ganho de massa e conversão desta exigência para proteína metabolizável.

As taxas de ganho em massa corporal isentas de conteúdo gastrintestinal, $dMCV/dt$, expressa em gd^{-1} corresponde a:

$$\frac{dMCV}{dt} = 0,92 \cdot \frac{dM}{dt}.$$

onde dM/dt , é a taxa de ganho em massa desejada, expressa em gd^{-1} , e t é o tempo, expresso em dias.

Assim, a exigência líquida diária em proteína para o ganho esperado, é calculada pela seguinte fórmula empírica:

$$PL_g = 0,631 \cdot MCV^{-0,236} \cdot 1000 \cdot \frac{dMCV}{dt}.$$

A exigência em proteína metabolizável para o processo de ganho em massa corporal isenta de conteúdo gastrintestinal, considerando a taxa de ganho bruto desejada, é calculada da seguinte forma:

$$PM_g = \frac{PL_g}{\beta_g};$$

onde o termo β_g é a eficiência (adimensional) de utilização da proteína metabolizável para o processo de ganho em massa corporal. Observe os valores de β_g na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Eficiência de utilização da PM

Massas dos animais (M)	β_g
$M \leq 181$	0,75
$181 < M \leq 363$	0,50
$M > 363$	0,41

3.4.4 Determinação da exigência líquida de energia para manutenção

O montante de energia líquida exigido para o desempenho do processo de manutenção do animal, EL_m , medido em MJd^{-1} é calculado por:

$$EL_m = 0,305.M^{3/4} \text{ (Henrique et al., 2005).}$$

3.4.5 Determinação da exigência de energia líquida para o ganho em massa

A variável, EL_g , representa a exigência de energia líquida para o ganho em massa, medida em MJd^{-1} , e calculada da seguinte forma:

$$EL_g = 0,216 \cdot MCV^{0,479} \cdot 4,184 \cdot \frac{dMCV}{dt}, \text{ conforme Fontes (1995).}$$

O montante de energia líquida total (manutenção e ganho), EL_t , pode também ser representado pela soma da energia líquida para manutenção e ganho:

$$EL_t = EL_m + EL_g.$$

3.4.6 Determinação das exigências nutricionais em minerais

Os minerais têm funções catalíticas e estruturais no organismo. Uma vez que os processos de manutenção e produção envolvem catálise e biossíntese, geram demanda por macro e microminerais. Os macrominerais são aqueles cujas demandas diárias são da ordem de 10^0g . Nesta seção destacam-se as exigências em macrominerais.

As exigências para manutenção em cálcio (Ca_m), fósforo (P_m) e magnésio (Mg_m) são dadas, respectivamente, pelas seguintes frações da

massa do animal:

$$Ca_m = 15,4 \cdot 10^{-3} \cdot M;$$

$$P_m = 16 \cdot 10^{-3} \cdot M;$$

$$Mg_m = 3 \cdot 10^{-3} \cdot M.$$

As exigências para o ganho em massa corporal, isenta de conteúdo gastrointestinal, em cálcio (Ca_g), fósforo (P_g) e magnésio (Mg_g) são dadas, respectivamente, pelas seguintes fórmulas:

$$Ca_g = 75,4 \cdot MCV_G^{-0,3032} \cdot \frac{dMCV}{dt};$$

$$P_g = 45,0 \cdot MCV_G^{-0,3055} \cdot \frac{dMCV}{dt};$$

$$Mg_g = 1,5 \cdot MCV_G^{-0,2435} \cdot \frac{dMCV}{dt}.$$

As exigências diárias em cálcio, fósforo e magnésio correspondem às somas das exigências para manutenção e ganho em massa para cada uma delas, ou seja,

$$Ca = Ca_m + Ca_g;$$

$$P = P_m + P_g;$$

$$Mg = Mg_m + Mg_g.$$

As exigências diárias para os demais minerais correspondem às suas respectivas restrições nutricionais, e serão tratadas na próxima seção.

3.5 Composição das restrições nutricionais

Nesta seção serão apresentadas as restrições do problema da dieta para bovinos de corte em crescimento. Todas as variáveis aqui apresentadas já foram descritas em seções anteriores.

3.5.1 Restrições da Energia

No presente modelo, a energia contida na ração ou dieta depende da combinação dos ingredientes dietéticos e da eficiência de utilização da energia alimentar pela categoria animal em questão. Esta energia alimentar deve ser, no mínimo, igual a demanda metabólica total por energia, para não diminuir o espaço solução. Assim, a restrição para a exigência em energia é dada por:

$$kmg \cdot CEM \geq EL_t;$$

3.5.2 Restrições da Proteína

Analogamente à energia, as restrições protéicas resultam da valoração nutricional dos ingredientes em relação a uma determinada categoria animal. Suas demandas devem ser minimamente atendidas de forma que a restrição para a exigência em proteína é dada por:

$$\sum_{i=1}^m PM_i \geq 0,95 \cdot (PM_m + PM_g).$$

3.5.3 Restrições relativas aos minerais

O estudo de exigências em minerais produz resultados muito incertos. Mas existe convergência e consenso sobre algumas estimativas. São considerados macrominerais o Ca, P, Mg, K, Na (e Cl) e o S. As restrições para as exigências dos minerais são dadas por:

$$2 \cdot Ca \leq \sum_{i=1}^m Ca_i \leq 80 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$1,47 \cdot P \leq \sum_{i=1}^m P_i \leq 58,82 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$1,36 \cdot \sum_{i=1}^m P_i \leq \sum_{i=1}^m Ca_i \leq 9,52 \cdot \sum_{i=1}^m P_i;$$

$$3,33 \cdot Mg \leq \sum_{i=1}^m Mg_i \leq 33,33 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$6 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m K_i \leq 30 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$1 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m Na_i \leq 90 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$1,5 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m S_i \leq 4 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

Os microminerais, assim denominados por serem essenciais em quantidades da ordem de $10^{-3}g$ diariamente, desempenham funções catalíticas primordiais para o metabolismo energético, protéico e dos ácidos nucléicos. Suas restrições podem ser assim construídas:

$$0,11 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m Co_i \leq 11 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$10 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m Cu_i \leq 100 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$0,5 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m I_i \leq 50 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$50 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m Fe_i \leq 1000 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$20 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m Mn_i \leq 1000 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$0,1 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m Se_i \leq 2 \cdot \sum_{i=1}^m x_i;$$

$$30 \cdot \sum_{i=1}^m x_i \leq \sum_{i=1}^m Zn_i \leq 500 \cdot \sum_{i=1}^m x_i.$$

3.5.4 Balanço do nitrogênio amoniacal ruminal

A essência de um balanceamento adequado entre carboidratos (energia e carbono) e compostos nitrogenados (proteína e nitrogênio não protéico) pode ser medida pelo balanço do nitrogênio amoniacal (*BNAR*) em nível de rúmen. Se nulo, podemos afirmar que existe perfeita sincronização cinética entre os dois grupos de nutrientes. Admite-se, porém, certo excesso ou folga para evitar qualquer eventual limitação na digestão dos carboidratos fibrosos, vocação primeira do animal ruminante. Desta forma, a restrição para o balanço do nitrogênio amoniacal ruminal é dada por:

$$0 \leq BNAR \leq 30.$$

3.5.5 Restrições da fibra

A fibra ou fibra insolúvel, em Zootecnia, corresponde ao montante de compostos parcial e lentamente digeríveis e que ocupam espaço no trato gastrointestinal dos ruminantes. Ao mesmo tempo que aumenta o volume da matéria alimentar, diminui a concentração da energia líquida total. Contudo, é essencial para o bom funcionamento dos processos digestivos ruminais e à boa saúde dos animais. O efeito de repleção da fibra, nada mais é do que o preenchimento dos espaços vazios ruminais por este nutriente e pelo tempo que lá os mantém ocupando, o que pode restringir o consumo diário de energia líquida, pois são inversamente relacionados (Van Soest, 1994).

O efeito de repleção da fibra no rúmen, U_i , é uma função das propriedades cinéticas de degradação e passagem do material fibroso no órgão e possibilita a estimação da massa ruminal de fibra (Figura 3.2). U_i é uma grandeza adimensional, que é calculada pela seguinte expressão:

$$U_i = \frac{1}{ka'_i + kr_i} \cdot \left\{ 1 + \frac{kr_i}{ka'_i + ke_i} + ka'_i \cdot \left[\frac{0,001 \cdot B2'_i}{(kd3'_i + kr_i)} + \frac{C'_i}{1000kr_i} + \frac{B2'_i}{1000} \cdot \frac{kr_i}{kd3'_i + ke_i} \cdot \left(\frac{kd3'_i + kr_i + ka'_i + ke_i}{[ka'_i + ke_i][kd3'_i + kr_i]} \right) + \frac{C'_i}{1000} \cdot \frac{kr_i}{ke_i} \cdot \frac{kr_i + ka'_i + ke_i}{kr_i(ka'_i + ke_i)} \right] \right\},$$

onde o termo ka'_i é a taxa ou razão de disponibilização da fração $B2'$. Em outras palavras, ka'_i corresponde à taxa de transformação das partículas fibrosas de uma forma não disponível em uma forma disponível ao processo de degradação. $kd3'_i$ representa a taxa de degradação da fração potencialmente digerível das partículas fibrosas. As razões ka'_i , kr_i , $kd3'_i$ e ke_i devem ser multiplicadas por 24 para conversão da unidade h^{-1} para d^{-1} .

A massa ruminal de fibra é um atributo inerente ao animal, MRF , é medida em gkg^{-1} e calculada por:

$$MRF = \left[\sum_{i=1}^m (fibra_i \cdot U_i) \right] \div M,$$

onde o termo $\sum_{i=1}^m fibra_i$ representa o consumo total de fibra, conforme descrito na seção 3.3.3.

A quantidade máxima de fibra no rúmen do animal, MRF_{max} , corresponde a 20g de massa de fibra por kg de massa corporal, ou seja,

$$MRF_{max} = 20,$$

portanto a restrição da repleção ruminal é definida como:

$$MRF \leq 20.$$

Existe também uma necessidade mínima de fibra fisicamente efetiva na ração, $[FE]_{min}$, equivalente a 200g de massa de fibra fisicamente efetiva por kg de matéria seca da dieta, ou seja,

$$[FE]_{min} = 200.$$

Portanto, a restrição de concentração de fibra fisicamente efetiva da ração, $[FE]$, é definida como:

$$[FE] = \frac{\sum_{i=1}^m FE_i}{\sum_{i=1}^m x_i} \geq 200.$$

3.6 Problema de Otimização

O problema da dieta para gado de corte pode ser formulado como um problema geral de Programação Não-Linear sujeito a restrições de igualdades e desigualdades:

$$\text{minimizar } \mathcal{Z} = \sum_{i=1}^m c_i x_i$$

$$\text{sujeito a : } h(x) = 0,$$

$$g(x) \geq 0.$$

A função objetivo é representada pela combinação linear entre as constantes, c_i , $i = 1, \dots, m$, que equivalem ao custo unitário de cada ingrediente e às variáveis, x_i , $i = 1, \dots, m$, que correspondem as quantidades de cada um dos m ingredientes que compõem a ração total dos animais. Além disso, $g(x)$ e $h(x)$ representam o conjunto das restrições nutricionais descritos na seção anterior.

Assim, ao minimizar \mathcal{Z} , permite-se a estimação do consumo voluntário de matéria seca (CMS) por meio da ponderação entre as exigências do animal, as propriedades e os atributos dos alimentos disponíveis e o seu custo final de utilização. Diferentemente dos demais sistemas lineares,

em que se exige uma estimativa para o consumo, este será um resultado
 $\left(\sum_{i=1}^m x_i = CMS\right)$ decorrente da abordagem geral não-linear.

Capítulo 4

Metodologia de Resolução

Neste capítulo será apresentada uma proposta metodológica para resolução do problema da dieta para ruminantes. Naturalmente, existem inúmeras alternativas para tal. Neste trabalho é considerada uma particular proposta para resolução desse problema da dieta, decorrente da articulação de um método de gradiente projetivo com métodos de penalidade.

A seguir, serão descritos sucintamente esses dois métodos básicos para o algoritmo proposto.

4.1 Método do gradiente reduzido

Em 1963, P. Wolfe propôs o método do gradiente reduzido para resolução dos problemas de Programação Não-Linear com função objetivo não-linear, mas com restrições, quer de igualdade, quer de desigualdade, lineares. Embora este método seja, sob o ponto de vista analítico, muito similar ao método de gradiente projetivo, proposto por Rosen (1960), apresenta uma grande diferença de implementação no seqüenciamento de procedimentos dos cálculos. A literatura registra, entretanto, que essa alternativa do gradiente reduzido é reconhecidamente muito mais eficiente do que a do gradiente projetivo. Na verdade, esses métodos podem ser caracterizados como extensões

diretas do Método Simplex.

Seja o problema de Programação Não-Linear sujeito unicamente a restrições lineares:

$$\text{minimizar } f(x) \tag{4.1}$$

$$\text{sujeito a : } Ax = b$$

$$x \geq 0;$$

onde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $A(m \times n)$, $x \in \mathbb{R}^n$, $b = (b_1, b_2, \dots, b_m)^t$ e assume-se que $n > m$, que o posto da matriz A seja equivalente a m e que a função $f(x)$ seja de classe C^1 .

Seja $B(m \times m)$ uma base, isto é, uma submatriz quadrada não-singular e seja $N(m \times (n-m))$ outra submatriz, ambas extraídas da matriz A . Assim, sem perda de generalidade pode-se fazer as decomposições:

$$A = [B, N]$$

e

$$x = [x_B, x_N]^t.$$

Dessa forma, as restrições de igualdade,

$$Ax = b,$$

do problema (4.1) podem ser reescritas como:

$$[B, N] \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ \dots \\ x_N \end{bmatrix} = b,$$

ou, sob outra forma:

$$Bx_B + Nx_N = b.$$

Como a matriz B é não-singular, pode-se expressar as variáveis básicas, x_B , como funções das variáveis não-básicas, x_N :

$$x_B = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N. \quad (4.2)$$

No que segue, assume-se que a base B é não-degenerada, tal que

$$\begin{cases} (i) & x_B > 0; \\ (ii) & B \text{ é não-singular;} \end{cases}$$

Estas condições são válidas ao longo de todo o procedimento.

A variação de primeira ordem df da função f para um deslocamento dx compatível com as restrições acima é dado por:

$$df = \nabla^t f(x) dx.$$

Desenvolvendo a equação acima tem-se,

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x_B}, \frac{\partial f}{\partial x_N} \right) \cdot \begin{pmatrix} dx_B \\ \dots \\ dx_N \end{pmatrix},$$

ou, sob outra forma:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_B} dx_B + \frac{\partial f}{\partial x_N} dx_N. \quad (4.3)$$

Pela equação (4.2), tem-se

$$\frac{dx_B}{dx_N} = -B^{-1}N,$$

ou seja,

$$dx_B = -B^{-1}N dx_N.$$

Substituindo dx_B em (4.3) pela expressão acima, obtém-se

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_B} (-B^{-1}N dx_N) + \frac{\partial f}{\partial x_N} dx_N.$$

Efetuando a fatoração, tem-se a expressão da variação da função unicamente em termos da variação das variáveis não-básicas, que são as variáveis efetivamente independentes,

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x_N} - \frac{\partial f}{\partial x_B} B^{-1}N \right) dx_N.$$

O termo u_N , calculado por,

$$u_N = \frac{\partial f}{\partial x_N} - \frac{\partial f}{\partial x_B} B^{-1}N = \frac{df}{dx_N}, \quad (4.4)$$

corresponde ao gradiente reduzido relativo à base B .

Dessa forma, tem-se,

$$df = u_N dx_N.$$

Corriqueiramente, u_N é chamado de custo reduzido, terminologia advinda do linguajar associado ao algoritmo Simplex para Programação Linear, porque corresponde ao gradiente efetivo associado às variáveis independentes.

O método do gradiente reduzido procura obter uma solução do problema (4.1), através de um processo iterativo que gera uma seqüência de pontos viáveis $x \in \mathbb{R}^n$.

Assim, em um algoritmo típico, no processo iterativo intrínseco, tem-se um ponto $x = [x_B, x_N]$ como a solução viável atual.

Para melhorar o valor da função objetivo neste ponto, move-se na direção $y = [y_B, y_N]$, onde y_N é definido por

$$\begin{cases} y_j = 0, & \text{se } u_j > 0 \text{ e } x_j = 0; \\ y_j = -u_j, & \text{para os outros casos;} \end{cases} \quad (4.5)$$

para todo índice $j = 1, \dots, (n - m)$ correspondente às variáveis não-básicas.

Obviamente, o deslocamento para as variáveis básicas é dado por:

$$y_B = -B^{-1}Ny_N,$$

pela definição de dx_B , como vimos anteriormente, garantindo a observância das restrições de igualdade $Ax = b$.

Em outras palavras, no sub-espaço das variáveis não-básicas (variáveis independentes) move-se sempre na direção oposta ao gradiente reduzido. Entretanto, se neste movimento uma componente x_j torna-se negativa (fora da região viável), então impõe-se o deslocamento nulo correspondente: $y_j = 0$. Isto é meramente uma projeção ortogonal do gradiente da função objetivo sobre o octante positivo.

Considere agora o problema geral de Programação Não-Linear (PGPNL) sujeito a restrições de igualdades e desigualdades:

$$\text{minimizar } f(x) \tag{4.6}$$

$$\text{sujeito a : } h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, p;$$

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q.$$

Por conseguinte, para o problema acima, as condições necessárias de otimalidade de 1ª ordem de *Karush, Kuhn and Tucker* (KKT) assumem a seguinte forma:

$$1^a) \quad \nabla f(x^*) + \sum_{j=1}^p \lambda_j \nabla h_j(x^*) + \sum_{i=1}^q \mu_i \nabla g_i(x^*) = 0 ;$$

$$2^a) \quad \mu_i g_i(x^*) = 0, \quad \forall i, \quad i = 1, \dots, q ;$$

$$3^a) \quad \mu_i \geq 0, \quad \forall i, \quad i = 1, \dots, q ;$$

onde x^* é um ponto de mínimo local do PGPNL (4.6), λ e μ são vetores do \mathbb{R}^p e \mathbb{R}^q , respectivamente.

Se existir uma situação em que seja observada a relação $y_N = 0$, então as condições necessárias de otimalidade de 1ª ordem de (KKT) são satisfeitas para o problema (4.1).

De fato, associando às restrições $Ax = b$, $x \geq 0$ do problema (4.1) aos multiplicadores λ e μ , respectivamente e além disso, tomando $h(x) = b - Ax$, $g(x) = -x$, a primeira condição de KKT para o problema considerado pode ser reescrita como o sistema,

$$\frac{\partial f}{\partial x} - \lambda^t A - \mu^t I = 0, \quad (4.7)$$

onde I é a matriz identidade do tipo $(n \times n)$.

Portanto, ao mostrar que este sistema se verifica, estará provada a observância da primeira condição de KKT. Nesse sentido, considerando a partição das seguintes variáveis

$$\begin{cases} A = [B, N]; \\ x = [x_B, x_N]; \\ \mu = [\mu_B, \mu_N]; \end{cases}$$

temos que o sistema (4.7) pode ser decomposto em

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x_B} - \lambda^t B = \mu_B; & \text{(i)} \\ \frac{\partial f}{\partial x_N} - \lambda^t N = \mu_N; & \text{(ii)} \end{cases} \quad (4.8)$$

como $x_B > 0$, e $\mu_B = 0$, portanto de (4.8 i) tem-se,

$$\lambda = \frac{\partial f}{\partial x_B} B^{-1},$$

além disso, de (4.8 ii) e (4.4) conclui-se que $\mu_N = u_N$.

Usando as expressões acima, e a expressão de u_N de (4.4), em (4.7),

obtem-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial x} - \lambda^t A - \mu^t I &= \left[\frac{\partial f}{\partial x_B}, \frac{\partial f}{\partial x_N} \right] - \frac{\partial f}{\partial x_B} B^{-1} [B, N] - [0, u_N] \\
&= \left[\frac{\partial f}{\partial x_B} - \frac{\partial f}{\partial x_B} B^{-1} B - 0, \frac{\partial f}{\partial x_N} - \frac{\partial f}{\partial x_B} B^{-1} N - \frac{\partial f}{\partial x_N} + \frac{\partial f}{\partial x_B} B^{-1} N \right] \\
&= [0, 0] \\
&= 0
\end{aligned}$$

Falta mostrar as duas outras condições de KKT, para o problema considerado (4.1):

$$\begin{aligned}
\mu^t x &= 0 \text{ (complementaridade),} \\
\mu &\geq 0.
\end{aligned}$$

A desigualdade é trivial, pois basta observar que se $y_N = 0$ pela sua própria definição (4.5), implica em que $u_N \geq 0$. Assim,

$$\mu = [\mu_B, \mu_N] = [0, u_N] \geq 0. \tag{4.9}$$

Finalmente, falta mostrar a condição de complementariedade. Para tal, note que, se for observado $y_N = 0$, então, para todo índice j não-básico, tem-se $y_j = 0$ e necessariamente $u_j \geq 0$ e $x_j = 0$, conforme (4.5). Usando, ademais, a relação (4.9) tem-se

$$\mu^t x = \mu_B^t x_B + \mu_N^t x_N = 0^t x_B + \mu_N^t 0 = 0.$$

Logo, conclui-se que, quando $y_N = 0$, as condições de KKT realmente são satisfeitas. Além disso, se f é uma função convexa, significa que o ponto ótimo global será alcançado, pois nesse caso, as condições de KKT são também suficientes. Se f não é convexa, então terá um ponto estacionário, que pode ser um ponto de mínimo, ponto de máximo ou ponto de sela.

Por outro lado, se $y_N \neq 0$, então deve-se procurar $\hat{\alpha} \geq 0$ que minimize a função univariada:

$$p(\alpha) = f(x + \alpha y).$$

Como as restrições de não-negatividade devem ser satisfeitas, deve-se ter

$$x_j + \alpha y_j \geq 0, \quad \forall j, \quad j = 1, \dots, n.$$

Similarmente, ao algoritmo Simplex para o problema de Programação Linear, adota-se a regra da razão, para se estabelecer o valor do passo máximo:

$$\alpha \leq \alpha_{\max} = \min_{y_j < 0} \left\{ -\frac{x_j}{y_j} \right\}. \quad (4.10)$$

Dessa forma, o algoritmo procura um valor $\hat{\alpha}$ que minimize $p(\alpha)$ no intervalo $[0, \alpha_{\max}]$ (minimização unidimensional).

Nesta situação, dois casos podem ocorrer:

1º caso: $\hat{\alpha} < \alpha_{\max}$.

Nesse caso, nenhuma variável básica se anula. Em outras palavras, a base pode continuar a mesma. Então o procedimento segue normalmente a partir do novo ponto $x' = x + \hat{\alpha}y$. E calcula-se novamente u_N usando a mesma base B .

2º caso: $\hat{\alpha} = \alpha_{\max}$.

Nesse caso, por (4.10) uma variável se anula. Denote por x_s tal variável. Se x_s é uma variável não-básica, então o procedimento continua sem mudar de base.

Por outro lado, se x_s é uma variável básica, então uma troca de base é necessária: qualquer variável não-básica $x_t > 0$ pode substituir x_s , desde

que o pivô seja estritamente positivo, isto é, o elemento $A_{st} > 0$. Assim o procedimento continua com esta nova base, como no algoritmo Simplex.

4.2 Métodos de Penalização

4.2.1 Conceito de função Penalidade

Considere agora o problema (original) geral de Programação Não-Linear (PGPNL):

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } f(x) \\ & \text{sujeito a : } h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, p; \\ & \quad \quad \quad g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, q. \end{aligned}$$

Uma característica comum aos métodos de penalização é a transformação de um problema com restrições (PGPNL) num problema, ou numa seqüência de problemas penalizados, sem restrições:

$$\text{minimizar } F(x) = f(x) + P(x), \quad (4.11)$$

onde $P(x)$ é chamada de função penalidade. Assim, este termo penalidade $P(x)$ deve incorporar convenientemente o papel efetuado pelas restrições $g(x)$ e $h(x)$ no novo problema (4.11).

A idéia intuitiva desses métodos é que a função penalidade, $P(x)$, possua o poder de aumentar fortemente os valores fora da região viável e simultaneamente tenha sua influência desprezível ou até mesmo nula dentro desta região, de modo que o ponto ótimo do problema modificado irrestrito (4.11), acima, esteja aceitavelmente próximo do ponto ótimo do problema original (4.6).

Os métodos de penalidade formam uma família de algoritmos que são particularmente interessantes segundo três pontos de vista: a facilidade de

implementação; a simplicidade conceitual e a mais ampla abrangência de utilização.

Simplificadamente, pode-se classificar os métodos de penalização em dois grupos: a penalização exterior e a penalização interior, também conhecida como métodos de funções barreira. A seguir será descrito resumidamente o âmbito de cada um desses métodos.

4.2.2 Penalidade Externa

Nos métodos de penalização exterior, a idéia é que as funções penalidade, $P(x)$, prescrevam um alto custo para violações às restrições. Normalmente, a resolução de um problema original é efetuada através da resolução de uma sequência infinita de problemas intermediários. Essa sequência é gerada pelo acréscimo constante de um parâmetro de penalização, que pondera o termo penalidade. À medida que esse parâmetro externo ρ aumenta, o mesmo ocorre com a severidade deste efeito. Conseqüentemente se torna progressivamente mais e mais proibitivo se afastar da região viável.

Em meio a uma literatura extensa com esse procedimento, pode ser destacado por suas vastas utilizações a penalização quadrática proposta por Courant (1943):

$$P(x) = \|h(x)\|_2^2, \quad (4.12)$$

bem como a penalização L_1 proposta por Zangwill (1967):

$$P(x) = \|h(x)\|_1.$$

Note que as funções penalidade acima são aplicáveis às restrições de igualdade. No contexto de penalização externa para restrições de desigualdade, destaca-se uma generalização da penalização quadrática de Courant (1943) apresentada em Fiacco e Mc Cormick (1968):

$$P(x) = [\max\{ 0, g(x) \}]^2. \quad (4.13)$$

Se forem adotadas as penalizações (4.12) e (4.13) para resolver o problema penalizado, basta resolver uma seqüência de problemas irrestritos da forma:

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimizar}} \quad f(x) + \rho \left[\sum_{i=1}^q (\max\{0, g_i(x)\})^2 + \sum_{j=1}^p |h_j(x)|^2 \right]$$

onde ρ é o parâmetro de penalidade. Para simplificar a notação, considere esta seqüência de problemas descrita na forma:

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimizar}} \quad f(x) + \rho P(x)$$

A solução do problema original, pode ser encontrada com um nível de alta precisão, pela escolha de um valor para o parâmetro ρ suficientemente grande. Não obstante, se, ρ for escolhido “grande demais”, ao se tentar resolver o problema penalizado, pode-se deparar com insuperáveis dificuldades computacionais devido ao mau condicionamento da matriz hessiana do problema penalizado.

Em face dessas dificuldades numéricas, a maioria dos algoritmos do tipo penalidade emprega uma seqüência monótona crescente de parâmetros de uma forma muito gradual. Para cada novo parâmetro, uma outra minimização é feita, tomando como ponto de partida o ponto ótimo da iteração anterior.

Dentro desse enfoque, Bazaraa e Shetty (1979) descreveram um algoritmo simplificado:

Algoritmo de penalização exterior (modelo simplificado)

Passo inicial: Seja um escalar $\varepsilon > 0$, tão pequeno quanto se queira. Escolha um ponto inicial x_1 , um parâmetro de penalidade $\rho_1 > 0$, um escalar $\beta > 1$ (em geral $\beta = 10$). Seja $k = 1$ e vá para a rotina principal.

Rotina principal:

Passo 1: A partir do ponto inicial x_k , e resolva o seguinte problema:

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimizar}} \quad f(x) + \rho_k P(x)$$

Seja x_{k+1} uma solução ótima do problema acima, então vá para o passo 2.

Passo 2: Se $\rho_k P(x_{k+1}) < \varepsilon$: **Pare**

Senão:

$$\rho_{k+1} = \beta \rho_k$$

$$k \leftarrow k + 1$$

volte ao passo 1.

Além da vantagem associada à facilidade de implementação, segundo Minoux (1986), os métodos de penalidade exterior convergem para uma solução ótima do problema original (4.6), sob hipóteses não muito fortes, como mostra o seguinte resultado:

Teorema: Seja $P(\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R})$ uma função penalidade exterior com

- $P(x) \geq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}^n$;
- $P(x) = 0$, se e somente se, $x \in X = \{x \mid h_j(x) = 0, j = 1, \dots, p, g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, q\}$.
- $P(x)$ é contínua.

Por outro lado, assume-se que f é uma função contínua, que X é conjunto fechado, e que uma das duas seguintes condições são satisfeitas:

- (i) $f(x) \rightarrow \infty$ quando $\|x\| \rightarrow \infty$;

(ii) X é limitado e $P(x) \rightarrow \infty$, quando $\|x\| \rightarrow \infty$;

Então, quando o parâmetro de penalidade $\rho \rightarrow \infty$:

– A seqüência de pontos de mínimo $\bar{x}(\rho)$ da função objetivo penalizada $f(x) + \rho P(x)$, tem pelo menos um ponto de acumulação e todo ponto de acumulação desta seqüência é uma solução ótima global do problema original (4.6)

– O valor do termo penalidade tende a zero, ou seja: $P(\bar{x}, \rho) \rightarrow 0$.

A prova deste teorema pode ser encontrada em Minoux (1986).

4.2.3 Penalidade Interna

Nos métodos de penalização interior, ou métodos de barreira, todo o processo se desenvolve dentro da região viável. As funções barreira têm a característica de favorecer pontos interiores à região viável em relação àqueles da fronteira, possuindo assim, um forte poder de repulsão à fronteira. No entanto, esse procedimento só pode ser aplicado às restrições de desigualdades.

$$\text{minimizar } f(x) \tag{4.14}$$

$$\text{sujeito a : } g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q.$$

Na literatura encontram-se diversas alternativas para funções barreira, entre elas podem ser destacadas a função barreira logarítmica proposta por Frisch (1955):

$$B(x) = - \sum_{i=1}^q \log(g_i(x)),$$

bem como a função barreira inversa proposta por Carroll (1961):

$$B(x) = - \sum_{i=1}^q \frac{1}{g_i(x)}.$$

Tipicamente, problemas penalizados por funções barreira são escritos na forma:

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimizar}} \quad f(x) + \mu B(x)$$

onde μ é o parâmetro de penalidade interna, que deve ser sucessivamente reduzido a zero.

Como as funções penalidade externa, as funções barreiras, ao resolver problemas de Programação Não-Linear restrito, também enfrentam dificuldades de mau condicionamento da matriz hessiana, quando o parâmetro μ é escolhido muito pequeno.

Desta maneira, para reduzir essas dificuldades numéricas, os algoritmos que empregam esse método, utilizam uma seqüência monótona decrescente para o parâmetro μ , de uma forma gradual, resolvendo um problema para cada μ .

Dentro desse enfoque, Bazaraa e Shetty (1979) descreveram um algoritmo simplificado:

Algoritmo de penalização interior

Passo inicial: Seja $\varepsilon > 0$ um número real tão pequeno quanto se queira. Escolha um ponto inicial x_1 , um parâmetro $\mu_1 > 0$, $\beta \in (0, 1)$, (em geral $\beta = 1/10$). Seja $k = 1$, vá para a rotina principal.

Rotina principal:

Passo 1: A partir do ponto inicial x_k , resolva o seguinte problema:

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimizar}} \quad f(x) + \mu_k B(x)$$

Seja x_{k+1} uma solução ótima do problema acima, então vá para o passo 2.

Passo 2: Se $\mu_k B(x_{k+1}) < \varepsilon$: **Pare**

Senão :

$$\mu_{k+1} = \beta \mu_k$$

$$k \leftarrow k + 1$$

volte ao passo 1.

Conforme Minoux (1986), o resultado seguinte mostra que sob hipóteses restritivamente muito fracas, o método de penalidade interior converge para a solução ótima global do problema (4.14).

Teorema: Seja $X = \{x \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, q\}$ o conjunto das soluções do problema (4.14).

Suponha que X é fechado com interior não vazio e que cada $x \in X$ é o limite da seqüência dos pontos no interior de X .

Seja $B(\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R})$ uma função penalidade interior satisfazendo:

- $B(x) \geq 0$, para todo $x \in$ interior de X ;
- $B(x) \rightarrow \infty$, quando x tende à fronteira ;
- $B(x)$ é contínua no interior de X .

Além disso, assume-se que f é uma função contínua e que uma das duas condições seguintes são verdadeiras:

- (i) $f(x) \rightarrow \infty$ quando $\|x\| \rightarrow \infty$;
- (ii) X é limitado;

Então, quando o coeficiente de penalidade μ tende a zero :

- A seqüência de pontos de mínimo $\bar{x}(\mu)$, da função objetivo penalizada $f(x) + \mu B(x)$ tem pelo menos um ponto de acumulação e todo ponto de acumulação desta seqüência é um ótimo global do problema (4.14).
- O valor do produto $\mu^t B(\bar{x}(\mu))$ tende a zero.

A prova deste teorema pode ser encontrada em Minoux (1986).

4.3 Metodologia proposta

O problema da dieta alimentar de ruminantes é essencialmente um problema de Programação Não-Linear com restrições de igualdade e desigualdade como (4.6).

Para efeito de desenvolvimento da metodologia proposta de resolução, esse problema pode ser colocado sob uma forma mais conveniente:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} && f(x) \\
 & \text{sujeito a :} && Ax = b, \\
 & && x \geq 0, \\
 & && h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, p, \\
 & && g_i(x) \geq 0, \quad i = 1, \dots, q,
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$, A é uma matriz $(m \times n)$, $b \in \mathbb{R}^m$, sendo as restrições $h(\cdot)$ e $g(\cdot)$, em princípio, funções estritamente não-lineares.

Vale dizer, que a formulação (4.15), apresenta um conjunto de equações lineares análogas às do problema (4.1), arquétipo do método do gradiente reduzido, bem como um grupo de restrições de igualdade e outro de desigualdade, em princípio, estritamente não-lineares.

A proposta metodológica deste trabalho, basicamente consiste em articular uma estratégia híbrida:

- Primeiramente usa-se o método de penalidade para tratar esses dois conjuntos de restrições não-lineares.

- Define-se, assim, uma seqüência de problemas de Programação Não-Linear, sujeito a, unicamente, restrições lineares, análogas a (4.1), onde a função objetivo é uma função penalizada similar (4.11).

- Utiliza-se o método do gradiente reduzido para resolver cada um desses problemas penalizados intermediários.

Antes de se especificar mais detalhadamente um algoritmo seguindo essa metodologia, será feita uma análise de sua racionalidade:

- O grupo de restrições não-lineares, que são intrinsecamente mais difíceis, é tratado via penalização, alternativa confortável e com a mais ampla abrangência.

- O conjunto de restrições lineares é tratado via método do gradiente reduzido, tomando partido da simplicidade de seu tratamento algébrico.

4.3.1 Algoritmo simplificado

Passo inicial: Seja um escalar $\varepsilon > 0$, tão pequeno quanto se queira. Escolha um ponto inicial x_1 , um parâmetro de penalidade $\rho_1 > 0$, e um escalar $\beta > 1$ (em geral $\beta = 10$). Seja $k = 1$, vá para a rotina principal.

Rotina principal:

Passo 1: A partir do ponto inicial x_k , e resolva o seguinte problema

de Programação Não-Linear penalizado sujeito a restrições lineares, usando o método do gradiente reduzido:

$$\text{minimizar } F(x, \rho_k) = f(x) + \rho_k P(x),$$

$$\text{sujeito a : } Ax = b,$$

$$x \geq 0.$$

Passo 2: Se $\rho_k P(x_{k+1}) < \varepsilon$: **Pare**

Senão:

$$\rho_{k+1} = \beta \rho_k$$

$$k \leftarrow k + 1$$

volte ao passo 1.

Neste capítulo, como metodologia de resolução do problema formulado, propôs-se o algoritmo acima, combinando o método de gradiente reduzido com métodos de penalização. Tem-se a expectativa de que esta proposição seja adequada para a resolução desse problema, pois a redução toma partido das facilidades intrínsecas as restrições lineares. Enquanto a penalização trata das restrições mais difíceis, referentes às restrições não-lineares.

Considerações Finais

A presente tese contempla o problema da dieta alimentar ótima para gado bovino de corte, na fase de crescimento, mestiço, que não sofreu neutralização sexual e criado sob as condições edafoclimáticas (tropicais) brasileiras. Tais especificações são necessárias para melhor representar a realidade do animal em questão. Mas fazendo algumas modificações no modelo, poderiam facilmente ser estendidas a outras categorias, castradas ou não, bem como para o gado leiteiro, até mesmo para outras espécies de ruminantes como os caprinos, por exemplo.

Primeiramente foi feito um levantamento bibliográfico do problema geral da dieta, a partir do problema original de Stigler até os dias atuais, bem como suas aplicações e desdobramentos. Sobretudo, foi constatada sua grande relevância na história da Programação Matemática.

Em seguida, foi descrita em detalhes uma modelagem matemática para alimentação de bovinos de corte, considerando a natureza não-linear do problema em questão aplicado à realidade brasileira.

Preliminarmente, para a descrição deste modelo, foram apresentados os axiomas nutricionais e um modelo sistêmico, para facilitar o entendimento dos processos digestórios que se passam no rúmen dos bovinos criados para o corte.

O modelo da dieta propriamente dito, consiste em síntese num conjunto de equações referentes à descrição dos alimentos quanto ao seu valor

nutricional, enquanto função de características intrínsecas do alimento e das funções fisiológicas da categoria animal utilizada e um outro conjunto relativo à determinação das exigências nutricionais diárias. A combinação desses conjuntos compõem as restrições nutricionais do problema.

Desse modo, o problema de otimização é formulado contemplando a minimização do custo total da ração. Assim, obtém-se um Problema Geral de Programação Não-Linear (PGPNL) com restrições de igualdade e desigualdades.

Neste trabalho, como metodologia de resolução do problema formulado, propõe-se um algoritmo, combinando o método de gradiente reduzido com métodos de penalização. Tem-se a expectativa de que esta proposição seja adequada para a resolução desse problema, pois a redução toma partido das facilidades intrínsecas às restrições lineares. Enquanto a penalização trata das restrições mais difíceis, referentes às restrições não-lineares.

Pôde-se constatar, por meio deste estudo, a necessidade de se desenvolver um software que implemente o modelo descrito, utilizando a metodologia de resolução proposta. Tal software possibilitará a formulação e a avaliação simultânea de rações otimizadas para bovinos de corte. Dessa forma, espera-se o aumento da eficiência econômica dos rebanhos, facilitar e aumentar a autonomia no processo de tomada de decisão por parte dos gestores dos sistemas de produção, isto é, técnicos e criadores. Como os custos com alimentação representam de 50 a 75% dos custos totais de produção, a implementação de modelos de dietas mais adequados com estrutura não-linear, em princípio, proporcionará reduções significativas no custo final, assegurando maior competitividade no mercado, principalmente a que se refere aos primeiros elos da cadeia produtiva, o que implica no crescimento da oferta de empregos, no aumento da renda e na inclusão social de várias famílias da nossa sociedade, especialmente as do meio rural.

Atualmente, por razões que não cabem aqui serem discutidas, não há no Brasil ferramentas computacionais que encaram esse problema com uma abordagem mais aderente aos verdadeiros processos metabólicos que ocorrem no rúmen de um bovino, que engendra num PGPNL. No mercado atual, há apenas ferramentas que se restringem à parte linear e estimam a parte não-linear. No entanto, se algo não for feito, em breve o Brasil poderá perder sua posição de destaque no agronegócio mundial.

Anexo

TABELA 1. Composicao bromatologica dos recursos alimentares. Valores expressos em g/kg de materia seca (MS)

Recurso Alimentar	g/kg de materia seca											
	PB	GB	MM	F	fef	CT	A	B1	B2	C	A'	B1'
Milho moído	99	42	16	95	0,34	843	12	78	8	1	75	673
Sorgo moído	116	31	20	109	0,34	833	18	84	13	1	72	652
Farelo de trigo	180	45	50	367	0,02	725	58	96	21	5	36	322
Melaço em pó	58	2	131	0	0	809	58	0	0	0	809	0
Caroço de algodão	235	200	48	500	1	517	24	197	0	14	2	15
Farelo de algodão	420	19	63	308	0,36	498	77	319	3	21	19	171
Farelo de girassol	259	30	63	400	0,23	648	15	185	41	19	25	223
Farelo de soja	532	11	65	98	0,23	392	47	431	48	5	29	265
Uréia	2812	0	0	0	0	0	2812	0	0	0	0	0
Feno de alfafa	190	20	100	500	0,92	690	55	107	10	19	171	19
Silagem de milho	85	32	70	540	0,85	813	43	29	6	8	0	273
Pasto natural, chuvas (ZM-MG)	80	12	111	747	1	797	5	20	37	18	10	40
Pasto natural, seca (ZM-MG)	50	8	107	784	1	835	6	16	11	17	8	43
Pasto de B. decumbens. chuvas	60	20	110	700	1	810	19	23	11	7	105	6
Feno de tyfton 85	100	25	80	680	0,98	795	17	39	27	17	109	6
Cana-de-açúcar	24	21	14	500	1	941	0	19	4	1	437	4
Fosfato bicálcico	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oxido de magnésio	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Enxofre	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cloreto de sódio	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sulfato de zinco	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sulfato de cobre	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sulfato ferroso	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sulfato de manganês	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sulfato de cobalto	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Selenito de sódio	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iodato de potássio	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Calcário calcítico	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fosfato de monoamônio	625	0	878	0	0	0	625	0	0	0	0	0

OBS.: PB, proteína bruta; GB, gordura bruta; MM, matéria mineral; F,

Tabela 2: Estimativas das taxas de degradação e passagem das frações protéicas e de carboidratos, gado de corte em crescimento

Recurso Alimentar	ESTIMATIVAS DOS PARAMETROS CINÉTICOS										
	B1		B2		A'	B1'		B2'		FIBRA	cdi
	kd1j	kaj	kd2j	kd1'j	kd2'j	ka'j	kd3'j	krj	kej		
Milho moído	0,26	infinito	0,02	3	0,35	infinito	0,06	infinito	0,06	0,8	
Sorgo moído	0,25	infinito	0,06	1,5	0,12	infinito	0,05	infinito	0,06	0,75	
Farelo de trigo	2,45	infinito	0,04	3	0,7	infinito	0,12	infinito	0,03	0,7	
Melaço em pó	3,5	infinito	0,11	5	0,3	infinito	0,2	infinito	kl	0,8	
Caroço de algodão	0,71	infinito	0,06	3	0,08	infinito	0,03	infinito	0,03	0,7	
Farelo de algodão	0,71	infinito	0,06	3	0,1	infinito	0,03	infinito	0,05	0,7	
Farelo de girassol	1,75	infinito	0,08	2	0,25	infinito	0,05	infinito	0,03	0,7	
Farelo de soja	2,87	infinito	0,09	3	0,45	infinito	0,06	infinito	0,05	0,8	
Uréia	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a		
Feno de alfafa	1,5	0,27	0,09	2,5	0,3	0,15	0,05	0,18	0,06	0,6	
Silagem de milho	3	0,3	0,1	2,75	0,25	0,2	0,06	0,15	0,05	0,7	
Pasto natural, chuvas (ZM-MG)	2,4	0,2	0,06	2,5	0,25	0,2	0,09	0,09	0,05	0,7	
Pasto natural, seca (ZM-MG)	2,1	0,15	0,03	2,5	0,25	0,2	0,06	0,12	0,04	0,7	
Pasto de B. decumbens, chuvas	1,35	0,3	0,1	2,5	0,3	0,15	0,04	0,1	0,04	0,7	
Feno de tyfton 85	0,52	0,1	0,01	2,5	0,3	0,15	0,05	0,2	0,05	0,7	
Cana-de-açúcar	0,97	0,24	0,09	1,6	0,3	0,1	0,1	0,12	0,03	0,7	
Fosfato bicalcico	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Oxido de magnesio	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Enxofre	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Cloreto de sodio	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Sulfato de zinco	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Sulfato de cobre	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Sulfato ferroso	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Sulfato de manganes	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Sulfato de cobalto	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Selenito de sodio	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Iodato de potassio	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Calcario calcitico	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	
Fosfato de monoamonio	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	n/a	

OBS1.: n/a - Não se aplica

OBS2.: $TMR = (3/krj) + (1/kej)$; $kl = \sum xj / \sum xj * TMRj$

Referências Bibliográficas

- [1] Ablow, C.M. and Brigham, G. "An Analog Solution of Programming Problems", *Operations Research*, 3, pp. 388-394, 1955.
- [2] AFRC - Agricultural and Food Research Council. *Energy and Protein Requirements of Ruminants*. CAB International, Walingford, 1993, 159p.
- [3] AFRC - Agricultural and Food Research Council. "The nutrition of goats". *Nutrition Abstracts and Reviews (Series B)*, v.67, n.11, pp.765-830, 1997.
- [4] Anbarasu, C.; Dutta, N.; Sharma, K.; Rawat, M. "Response of goats to partial replacement of dietary protein by a leaf meal mixture containing *Leucaena leucocephala*, *Morus alba* and *Tectona grandis*". *Small Ruminant Research*, v.51, pp.47-56, 2004.
- [5] Anderson, A.M.; Earle, M.D. "Diet planning in the third world by linear and goal programming". *Journal of the Operation Research Society*, 34(1), pp. 9-16, 1983.
- [6] AOAC - Association of Official Analytical Chemists. *Official methods of analysis*. Arlington: AOAC International, 1990, 1117p.
- [7] AOAC - Association of Official Analytical Chemists. *Official Methods of Analysis*. 16th Ed., 4th Revision, 1998.
- [8] Allen, M.S.; Mertens, D.R. "Evaluating Constraints on Fiber Digestion by Rumen Microbes". *Journal Nutrition.*, v.118, pp. 261-270, 1988.
- [9] Armstrong, R.D.; Sinha, P. "Application of quasi-integer programming to the solution of menu planning problems with variable portion size". *Management Science*, 21(4), pp. 480-488, 1974.

- [10] Balch, C.C.; Campling, R.C. *Regulation of voluntary food intake in ruminants, Nutrition Abstracts and Reviews (Series-B)*, v.32, n.2, pp. 669-682, 1962.
- [11] Balintfy, J.L. "A mathematical programming system for food management applications". *Interfaces*, 6, pp. 13-31, 1975.
- [12] Balintfy, J.L.; Ross, G.T.; Sinha, P.; Zoltners, A.A. "A Mathematical Programming System for Preference and Compatibility Maximized Menu Planning and Scheduling". *Mathematical Programming*, 15, pp. 63-76, 1978.
- [13] Batley, G.E. *Trace Element Speciation: Analytical Methods and Problems*. GRC Press, Inc., USA, 1989, 350p.
- [14] Barroso, S. E. G.; Ellenrieder, A. R. V. *Programação Linear*. Ameida Neves, Rio de Janeiro, 1971, 191p.
- [15] Bazaraa, M.S.; Jarvis, J.J.; Sherali, H.D. *Linear Programming and Network Flows*. John Wiley & Sons, Inc., Singapore, 1990, 684p.
- [16] Bazaraa, M.S.; Shetty, C.M. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons, Inc., Singapore, 1979, 560p.
- [17] Broderick, G.A. Quantifying forage protein quality. In: Fahey Jr., G.C.; Collins, M.; Mertens, D.R.; Moser, L.E. (Eds.). *Forage quality, evaluation and utilization*. Madison: American Society of Agronomy, Inc., Crop Science Society of America, Inc., Soil Science Society of America, Inc., 1994, pp.200-228.
- [18] Bosch, R.A.; "Big Mac Attack". *OR/MS Today*, 20(4), pp. 30-31, 1993.
- [19] Botrel, M.A.; Novaes, L.P.; Alvim, M.J. "Características forrageiras de algumas gramíneas tropicais". Juiz de Fora: EMBRAPA/CNPGL, 1998, 35p. (EMBRAPA-CNPGL, documentos, 66).
- [20] Bénichou, M.; Gauthier, J.M.; Girodet, P.; Hentges, O.; Ribiere, O.; Vincent, O. "Experiments in Mixed-Integer Linear Programming". *Mathematical Programming*, 1, pp. 76-94, 1971.
- [21] Cannas, A.; Van Soest, P.J.; Pell, A.N. "Use of animal and dietary information to predict rumen turnover". *Animinal Feed Science and Technology*, v.106, pp. 95-117, 2003.

- [22] Carroll, C.W., "The Created Response Surface Technique for Optimize Nonlinear Restrained Systems", *Operations Research*, 9, pp. 169-184, 1961.
- [23] CIDE - Centro de Informações e Dados do Rio de Janeiro. Anuário Estatístico do Estado do Rio de Janeiro. CIDE, Rio de Janeiro, 1998, 433p.
- [24] Courant, R. "Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations", *Bull. American mathematical Society*, 49, pp. 1-23, 1943.
- [25] Ctenas, M.L.B.; Angelis, R.C. *Leite: Alimento indispensável*. São Paulo: Associação brasileira de leite longa vida e editora e consultoria em consultoria em nutrição Ltda., 1997, 66p.
- [26] Czyzyk, J.; Wisniewski, T.; Wright, S.J. "Optimization Case in Neos Guide". *SIAM Review*, 41(1), pp. 148-163, 1999.
- [27] Dantzig, G.B. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1963.
- [28] Dantzig, G.B. "The Diet Problem". *Interfaces*, 20(4), pp. 43-47, 1990.
- [29] DBO - Anuário DBO 2005. São Paulo: DBO editores associados Ltda., 2005, 106p.
- [30] Demment, M.W.; Longhurst, W.M. "Browsers and grazers: constraints on feeding ecology imposed by gut morphology and body size". In: Santana, O.P.; Silva, A.G.; Foote, W.C. (eds.). *Proceedings of the IV International Conference on Goats*, 1987, Brasília. Anais... Brasília: IGA/EMBRAPA. pp.989-1004, 1987.
- [31] Ellis, W.C.; Matis, J.H.; Lascano, C. "Quantitating ruminal turnover". *Fed. Proc.*, v.38, pp. 2702-2706, 1979.
- [32] Ellis, W.C.; Matis, J.H.; Hill, T.H. *et al.* "Methodology for estimating digestion and passage kinetics of forages". In: Fahey Jr., G.C. (Ed.) *Forage Quality, Evaluation and Utilization*. *American Societies of Agronomy*, Madison, pp. 682-756, 1994.
- [33] Ellis, W.C.; Wylie, M.J.; Matis, J.H. "Validity of specifically applied rare earth elements and compartmental models for estimating flux of

undigested plant tissue residues through the gastrointestinal tract of ruminants". *Journal Animal Science*, v.80, n.10, pp. 2753-2758, 2002.

- [34] Erkut, E. "Big Mac Attack". *OR/MS Today*, 21(3), pp. 50-52, 1994.
- [35] Fiacco, A.V. and McCormick, *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*, John Wiley & Sons, New York, 1968.
- [36] Forbes, J.M. *Voluntary Food Intake and Diet Selection by Farm Animals*. CAB International, UK, 1995, 532p.
- [37] Fox, D.G.; Sniffen, C.J.; O'Connor, J.D. *et al.* "A net carbohydrate and protein system for evaluating cattle diets: cattle requirements and diet adequacy". *Journal Animal Science*, v.70, n.12, pp. 3578-3596, 1992.
- [38] Fox, D.G.; Barry, M.C. "Predicting nutrient requirements and supply for cattle with the cornell net carbohydrate and protein system". In: Pereira, J.C. (Ed.) *Simpósio Internacional sobre Exigências Nutricionais de Ruminantes*, 1995, Universidade Federal de Viçosa, Anais... Viçosa: Jard Produções Gráficas LTDA. pp.77-101, 1995.
- [39] Fox, D.G.; Tylutki, T.P.; Pell, A.N.; Van Amburgh, M.E.; Chase, L.E.; Pitt, R.E.; Rasmussen, C.N.; Tedeschi, L.O.; Durbal, V.M. *The Net Carbohydrate and Protein System for Evaluating Herd Nutrition and Nutrient Excretion: Model Documentation*. Cornell University, Ithaca, 1999, 75p.
- [40] Fox, D.G.; Tylutki, T.P.; Tedeschi, L.O.; Van Amburgh, M.E.; Chase, L.E.; Pell, A.N.; Overton, T.R.; Russell, J.B. *Sistema de Carboidratos e Proteínas "Líquidos" para a Avaliação da Nutrição de Rebanhos e Excreção de Nutrientes: Documentação do Modelo CNCPS*. EMBRAPA Gado de Leite, Juiz de Fora, 2003, 202p.
- [41] France, J. "Using a Programmable Calculator for Rationing Beef Cattle". *Journal of the Operational Research Society*, 33, pp. 419-429, 1982.
- [42] Frisch, K.R. *The logarithmic Potencial Method of Convex Programming*, Memorandum of May 13, 1955, University Institute of Economics, Oslo, Norway, 1955.
- [43] Garille, S.G.; Gass, S.I. "Stigler's Diet Problem Revisited". *Operations Research*, 49(1), pp. 1-13, 2001.

- [44] Gill, J.L.; Hafs, H.D. "Analysis of repeated measurements of animals". *Journal Animal Science*, v.33, n.2, pp. 331-336, 1971.
- [45] Gill, J.L. "Repeated measurement: sensitive tests for experiments with few animals". *Journal Animal Science*, v.63, n.3, pp.943-954, 1986.
- [46] Gill, P.E.; Murray, W.; Wright, M.H. *Practical Optimization*, Academic Press, New York, 1981.
- [47] Glen, J.J. "A Parametric Programming Method for Beef Cattle Ration Formulation". *Journal of the Operational Research Society*, 31(8), pp. 689-698, 1980.
- [48] Glen, J.J. "A Dynamic Programming Model for Pig Production". *Journal of the Operational Research Society*, 34(6), pp. 511-519, 1983.
- [49] Goetsch, A.L.; Sahlu, "T. Preface". *Small Ruminant Research*, v.53, pp.189-190, 2004.
- [50] Goldberg, M. C., Luna, H. P. L. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*, Campus-SP, 2000.
- [51] Gomes, S.T. "Evolução recente e perspectivas da produção de leite no Brasil". In: Gomes, A.T.; Leite, J.L.B.; Carneiro, A.V. *O Agronegócio do Leite no Brasil*. Embrapa - Gado de Leite, Juiz de fora, 2001, pp. 49-61.
- [52] Gonçalves, A.L.; Vieira, R.A.M.; Henrique, D.S. *et al.* "Manejo Nutricional de Caprinos e Ovinos". In: *Anais do Encontro Internacional dos Negócios Pecuários*. FAMATO, Cuiabá, 2004, 23p., CD ROM.
- [53] Haddad, P.R. Apêndice Técnico. "A Competitividade do Agronegócio: Estudo de Cluster". In: Haddad, P.R. (Ed.) *A Competitividade do Agronegócio e o Desenvolvimento Regional no Brasil: Estudos de Clusters*. CNPq/EMBRAPA, Brasília, pp. 23-35, 1999.
- [54] Hall, M.B. "Challenges with nonfiber carbohydrate methods". *Journal of Animal Science*, v.81, n.12, pp.3226-3232, 2003.
- [55] Henrique, D.S. *Desenvolvimento de Modelos Matemáticos para a Predição da Eficiência de Utilização da Energia Metabolizável para Manutenção e Ganho de Peso em Bovinos*. Dissertação (Mestrado em Zootecnia), Instituto de Zootecnia, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2002, 32p.

- [56] Henrique, D.S.; Vieira, R.A.M.; Malafaia, P.A.M.; Mancini, M.C.; Gonçalves, A.L. "Estimation of the total efficiency of metabolizable energy utilization for maintenance and growth by cattle in tropical conditions". *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.34, n.3, pp. 1006-1016, 2005.
- [57] Hock, W.; Schittkowski, K. *Tests Examples for Nonlinear Programming Codes*, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- [58] Kao, R.C. *Linear Programming*. Document number P-2514, RAND Corporation, 1962.
- [59] Lazarus, P.; Kirkman, D. "An Investigation of Feedstuffs for Dairy Cattle on Liverton Farm". *Journal of the Operational Research Society*, 31(1), pp. 3-15, 1980.
- [60] Licitra, G.; Hernandez, T.M.; Van Soest, P.J. Standardization of procedures for nitrogen fractionation of ruminant feeds. *Anim. Feed Sci. Technol.*, v.57, pp. 347-358, 1996.
- [61] Liberatore, M.J.; Nydick, R.L. "Breaking the Mold - A New Approach to Teaching the First MBA Course in Management Science". *Interfaces*, 29(4), pp. 99-116, 1999.
- [62] Luenberg, D. G. *Introduction to Linear and Nonlinear Programming*. Appendix A, Mathematical Review. Addison-Wesley, Massachusetts, 1984.
- [63] Luo, J.; Goetsch, A.L.; Nsahlai, I.V.; Johnson, Z.B.; Sahlu, T.; Moore, J.E.; Ferrell, C.L.; Galyean, M.L.; Owens, F.N. "Maintenance energy requirements of goats: predictions based on observations of heat and recovered energy". *Small Ruminant Research*, v.53, pp.221-230, 2004a.
- [64] Luo, J.; Goetsch, A.L.; Sahlu, T.; Nsahlai, I.V.; Johnson, Z.B.; Sahlu, T.; Moore, J.E.; Galyean, M.L.; Owens, F.N.; Ferrell, C.L. "Prediction of metabolizable energy requirements for maintenance and gain of preweaning, growing and mature goats". *Small Ruminant Research*, v.53, p.231-252, 2004b.
- [65] Luo, J.; Goetsch, A.L.; Nsahlai, I.V.; Sahlu, T.; Ferrell, C.L.; Owens, F.N.; Galyean, M.L.; Moore, J.E.; Johnson, Z.B. "Metabolizable protein requirements for maintenance and gain of growing goats". *Small Ruminant Research*, v.53, p.309-326, 2004c.

- [66] Lustig, I. *Entrevista realizada com George Dantzig*. Disponível em <www.e-optimization.com>, 2001.
- [67] Lyons D.F.; Dodd, V.A. "The mix-feed Problem". *Proceedings of the 7th IFORS International Conference on Operational Research*[edited by K.B. Halley], 1976.
- [68] Malafaia, P.A.M., Vieira, R.A.M. Técnicas de determinação e avaliação dos compostos nitrogenados em alimentos para ruminantes. In: Teixeira, J.C. (Ed.), *Simpósio Internacional sobre Digestibilidade em Ruminantes*. Fundação de Apoio ao Ensino, Pesquisa e Extensão (FAEPE), Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, 1997, pp. 29-54.
- [69] Malafaia, P.A.M.; Valadares Filho, S.C.; Vieira, R.A.M. "Kinetic parameters of ruminal degradation estimated with a non-automated system to measure gas production". *Livestock Production Science*, v.58, pp. 65-73, 1999.
- [70] Malafaia, P.; Pimentel, V.A.; Freitas, K.P.; Coelho C.D.; Brito, M.F.; Peixoto, P.V. "Desempenho ponderal, aspectos econômicos, nutricionais e clínicos de caprinos submetidos a dois esquemas de suplementação mineral". *Pesquisa Veterinária Brasileira*, v.24, n.1, pp.15-22, 2004.
- [71] Martinez e Santos, "Métodos Computacionais de Otimização", *20º Colóquio Brasileiro de Matemática*, IMPA, Rio de Janeiro, 1996.
- [72] Mertens, D.R. "Predicting intake and digestibility using mathematical models of ruminal function". *Journal of Animal Science*, v.64, n.6, pp. 1548-1558, 1987.
- [73] Mertens, D.R. "Regulation of forage intake". In: Fahey Jr., G.C. (Ed.), *Forage Quality, Evaluation and Utilization*. Edited by *the American Society of Agronomy Inc., Crop Science Society of America inc., and Soil Science Society of America Inc., Madison*, pp. 450-493, 1994.
- [74] Mertens, D.R. "Methods in modelling feeding behaviour and intake in herbivores". *Annales de Zootechnie*, v.45(Suppl.), pp.153-164, 1996a.
- [75] Mertens, D.R. "Using fiber and carbohydrate analysis to formulate dairy rations". In: *USDA/USDFRC. Informational Conference with Dairy and Forage Industries. Madison: United States Dairy Forage Research Center*, pp.81-92, 1996b.

- [76] Minoux, M. *Mathematical Programming Theory and Algorithms*, John Wiley and Sons, Chi Chester, 1986.
- [77] Namen, A.A.; Bornstein, C.T. “Uma ferramenta para avaliação de resultados de diversos modelos de otimização de dietas”. *Pesquisa Operacional*, V.24, n.3, pp.445-465, Dez. 2004.
- [78] NRC - National Research Council, *Nutrients Requirements of Beef Cattle*. Seventh Revised Ed., National Academy Press, EUA, 1966,242p.
- [79] NRC - NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *Nutrient Requirements of Dairy Cattle*. 7th Edition, National Academy Press, Washington, 2001, 381p.
- [80] Nocek, J.E., Tamminga, S. “Site of digestion of starch in the gastrointestinal tract of dairy cows and its effect on milk yield and composition”. *Journal Dairy Science*, v.74, n.12, pp. 3598-3629, 1991.
- [81] O'Connor, J.D.; Sniffen, C.J.; Fox, D.G.; Chalupa, W. “A net carbohydrate and protein system for evaluating cattle diets: IV. Predicting amino acid adequacy”. *Journal Animal Science*, v.71, n.6, pp. 1298-1311, 1993.
- [82] Pogrund, R.S. *Nutrition in the Postattack Environment*. Document number RM-5052-TAB, RAND Corporation, 1996.
- [83] Prietro, I.; Goetsch, A.L.; Banskalieva, V.; Cameron, M.; Puchala, R.; Sahlu, T.; Dawson, L.J.; Coleman, S.W. “Effects of dietary protein concentration on postweaning growth of Boer crossbred and Spanish goat wethers”. *Journal of Animal Science*, v.78, pp.2275-2281, 2000.
- [84] Rodrigues, M.T.; Vieira, R.A.M. “Metodologias aplicadas ao fracionamento de alimentos”. In: BERCHIELLI, T.T. *Nutrição de ruminantes*. Jaboticabal: UNESP, no prelo, 2005.
- [85] Rosen, J.B., “The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming, Part I, Linear Constraints”, *SIAM J. Applied Mathematics* 8, pp. 181-217, 1960.
- [86] Russell, J.B.; O'Connor, J.D.; Fox, D.G.; Van Soest, P.J.; Sniffen, C.J. “A net carbohydrate and protein system for evaluating cattle diets: I. Ruminant fermentation”. *Journal of Animal Science*, v.70, n.12, pp. 3551-3561, 1992.

- [87] Sampaio, I.B.M. *Experimental Designs and Modelling Techniques in the Study of Roughage Degradation in Rumen and Growth of Ruminants*. University of Reading, Reading, 1988, 288p. (Tese de Doutorado).
- [88] Schrage, L. *Optimization Modeling with Lindo*. Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove, California, 1997.
- [89] Silanikove, N. "The physiological basis of adaptation in goats to harsh environments". *Small Ruminant Research*, v.35, pp.181-193, 2000.
- [90] Silva, J.F.C.; Leão, M.I. *Fundamentos de nutrição dos ruminantes*. Piracicaba: Editora Livrocere LTDA., 1979, 380p.
- [91] Smith, V.E. *Electronic Computation of Human Diets*. Michigan State University, Lansing, Michigan, 1963.
- [92] Sniffen, C.J., O'Connor, J.D., Van Soest, P.J., Fox, D.G., Russell, J.B. "A net carbohydrate and protein system for evaluating cattle diets: II. Carbohydrate and protein availability". *Journal of Animal Science*, n.12, pp. 3562-3577, 1992.
- [93] Thiago, L.R.L. de S., Gill, M. *Consumo voluntário: fatores relacionados com a degradação e passagem da forragem pelo rúmen*. EMBRAPA-CNPGC, Campo Grande, MS, 1990, 65p.
- [94] Van Soest, P.J. "Development of a comprehensive system of feed analyses and its application to forages". *Journal of Animal Science*, v.26, n.1, pp.119-128, 1967.
- [95] Van Soest, P.J. "Interactions of feeding behavior and forage composition". In: Santana, O.P.; Silva, A.G.; Foote, W.C. (eds.). *Proceedings of the IV International Conference on Goats*, 1987, Brasília. Anais... Brasília: IGA/EMBRAPA. pp.971-987, 1987.
- [96] Van Soest, P.J.; Robertson, J.B.; Lewis, B.A. "Methods for dietary fiber, neutral detergent fiber, and nonstarch polysaccharides in relation to animal nutrition". *Journal Dairy Science*, v.74, n.11, pp.3583-3597, 1991.
- [97] Van Soest, P.J. *Nutritional Ecology of the Ruminant*. 2nd. Edition, Cornell University Press, Ithaca, 1994, 476p.
- [98] Vieira, R.A.M.; Pereira, J.C.; Malafaia, P.A.M. *et al.* "Application of non-linear models in the description of in situ degradation profiles of

the elephant grass (*Pennisetum purpureum* Schum., Mineiro variety)". *Animal Feed Science and Technology*, v.66, pp. 197-210, 1997a.

- [99] Vieira, R.A.M.; Pereira, J.C.; Malafaia, P.A.M. *et al.* "The influence of the elephant-grass (*Pennisetum purpureum* Schum., Mineiro variety) growth on the nutrient kinetics in the rumen". *Animal Feed Science and Technology*, v.67, pp. 151-161, 1997b.
- [100] Vieira, R.A.M.; Pereira, J.C.; Malafaia, P.A.M. *et al.* "Fracionamento e cinética de degradação in vitro dos compostos nitrogenados da extrusa de bovinos a pasto". *Revista Brasileira de Zootecnia*. v.29, n.3, pp. 880-888, 2000a.
- [101] Vieira, R.A.M.; Pereira, J.C.; Malafaia, P.A.M. *et al.* "Fracionamento dos carboidratos e cinética de degradação in vitro da fibra em detergente neutro da extrusa de bovinos a pasto". *Revista Brasileira de Zootecnia*. v.29, n.3, pp.889-897, 2000b.
- [102] Vieira, R.A.M.; Pereira, J.C.; Malafaia, P.A.M. *et al.* "Simulação da dinâmica de nutrientes no trato gastrointestinal: aplicação e validação de um modelo matemático para bovinos a pasto". *Revista Brasileira de Zootecnia*. v.29, n.3, pp. 898-909, 2000c.
- [103] Vieira, R.A.M. "Otimização em pecuária". In: *Seminários de Otimização do Programa de Engenharia de Sistemas e Computação*, Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2003. (<http://www.uenf.br/uenf/pages/ccta/lzna>)
- [104] Vieira, R.A.M. "O Potencial do Estado do Rio de Janeiro para a Produção de Alimentos para Animais". In: Ferreira, R.A.; Soares, R.T.R.N. *I Semana Acadêmica de Zootecnia da UENF*. CD-ROM, 2004, Campos dos Goytacazes. Anais... Campos dos Goytacazes: UENF/CCTA/LZNA, 2004, 24p. (<http://www.uenf.br/uenf/pages/ccta/lzna>)
- [105] Vieira, R.A.M.; Malafaia, P.A.M.; Silva, J.F.C.; Henrique, D.S. "Suplementação na Criação de Caprinos de Corte em Pastejo". *ZOOTEC 2005*, 2005.
- [106] Vilela, D.; Gomes, S.T.; Calegar, G.M. "Agronegócio Leite e Derivados: um Programa Nacional em C & T". In: Caldas, R.A. *et al.* (Eds.) *Agronegócio Brasileiro: Ciência, Tecnologia e Competitividade*. CNPq, Brasília, 1998, pp. 257-275.

- [107] Waldo, D.R.; Smith, I.W.; Cox, L.L. "Model of cellulose disappearance from the rumen". *Journal Dairy Science*, v.55, n.1, pp. 125-129, 1972.
- [108] Xavier, A..E. *Penalização Hiperbólica: Um Novo Método para Resolução de Problemas de Otimização*. Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - COPPE/UFRJ, 1982, 86p. (Tese de Mestrado).
- [109] Xavier, A.E.; Magalhães, P.C.; Silva, L.P. *Calibração Automática de Modelos Chuva Vazão: Um Método Assintótico*. *Pesquisa Operacional*, v.10, n.1, pp. 1-18, 1990.
- [110] Xavier, A.E. *Penalização Hiperbólica*. Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - COPPE/UFRJ, 1992, 92p. (Tese de Doutorado).
- [111] Xavier, A.E. "Hyperbolic Penalty: A New Method for Nonlinear Problems with Inequalities". *International Transactions in Operational Research*, v.8, pp. 659-671, 2001.
- [112] Zangwill, W.I., "Nonlinear Programming Via Penalty Functions", *Management Science*, 14, pp. 221-283, 1967.