

UM AMBIENTE COMPUTACIONAL PARA A OTIMIZAÇÃO DE ESCALAS DE  
TRIPULANTES EM COMPANHIAS AÉREAS

Eduardo Filizola Soares

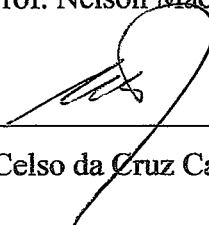
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:



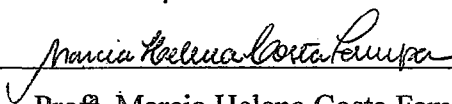
---

Prof. Nelson Maculan Filho, D. Habil.



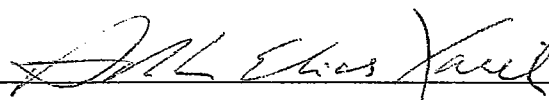
---

Prof. Celso da Cruz Carneiro Ribeiro, D. Hábil.



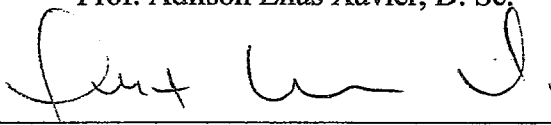
---

Prof.<sup>a</sup> Marcia Helena Costa Fampa, D. Sc.




---

Prof. Adilson Elias Xavier, D. Sc.



---

Prof. Luiz Satoru Ochi, D. Sc.



---

Prof.<sup>a</sup> Simone de Lima Martins, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ. BRASIL

OUTUBRO DE 2007

SOARES, EDUARDO FILIZOLA

Um Ambiente Computacional para a Otimização de Escalas de Tripulantes em Companhias Aéreas. [Rio de Janeiro] 2007

IX, 85 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 2007).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Métodos Heurísticos
2. Programação Inteira
3. Otimização

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

A Deus,  
a minhas filhas, Maria Eduarda e Bruna,  
e a minha esposa, Cristiane.

## **Agradecimentos**

Ao professor Nelson Maculan Filho, por ter acreditado no trabalho realizado na Rio-Sul Linhas Aéreas e contribuir com a sua orientação no desenvolvimento dessa tese, que gerou frutos e hoje em dia está em várias empresas aéreas no Brasil.

Ao professor Celso da Cruz Carneiro Ribeiro, pela sua orientação e suas idéias para enriquecer essa tese.

A Maria de Fátima Marques, pela ajuda e atenção nos momentos em que só a sua experiência poderia dar uma solução aos problemas.

Aos professores Marcia Helena Costa Fampa, Adilson Elias Xavier, Luiz Satoru Ochi e Simone de Lima Martins pela participação na banca examinadora e pelas sugestões com o objetivo de melhorar o trabalho final.

A minha esposa Cristiane e minhas filhas Maria Eduarda e Bruna, pelos incontáveis dias de privação.

A meus pais, Luiz Soares e Carolina Soares e a pergunta cotidiana: “como está a tese?”.

Aos colegas de trabalho da Rio-Sul Linhas Aéreas, tanto do departamento de informática como do planejamento de escala de tripulantes. Aos colegas da Oceanair, Webjet e TAF pelas dicas, sugestões e na maioria das vezes exigências para a melhoria do algoritmo.

Ao Programa de Engenharia de Sistemas e Computação da COPPE/UFRJ pelo curso de doutorado e o pessoal da secretaria pela ajuda nas requisições necessárias.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D. Sc.)

## UM AMBIENTE COMPUTACIONAL PARA A OTIMIZAÇÃO DE ESCALAS DE TRIPULANTES EM COMPANHIAS AÉREAS

Eduardo Filizola Soares

Outubro/2007

Orientadores: Nelson Maculan Filho

Celso da Cruz Carneiro Ribeiro

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Esse trabalho apresenta um ambiente computacional desenvolvido para a solução de problemas de escalas de tripulantes em empresas aéreas. Esse ambiente computacional é composto por cadastros para entrada de dados de vôos que a empresa aérea deseja operar em um determinado período e dos tripulantes disponíveis. Um algoritmo foi desenvolvido para a geração automática da escala de tripulantes. Alguns dos principais trabalhos descritos na literatura são apresentados.

A formulação proposta integra as duas fases principais de resolução do problema: construção das chaves de vôos e alocação das chaves de vôos aos tripulantes.

A atribuição dos vôos aos tripulantes tem o objetivo de minimizar o custo das chaves de vôo e a diferença de quilometragem e horas totais entre o tripulante mais voado e o menos voado.

Resultados obtidos utilizando dados reais de empresas aéreas nacionais são apresentados e comparados com base em alguns custos da operação.

Abstract os Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D. Sc.)

A COMPUTATIONAL ENVIRONMENT FOR CREW SCHEDULE  
OPTIMIZATION IN AIRLINES COMPANIES

Eduardo Filizola Soares

October/2007

Advisors: Nelson Maculan Filho  
Celso da Cruz Carneiro Ribeiro

Department: Computing and Systems Engineering

The present work presents a computational environment developed to solve the crew schedule problem at airlines enterprises.

This environment is composed by the flights the airline wants to operate and the crew personnel available in the next period. An algorithm was developed to automatically generate de crew schedule and the major work in the literature are presented.

The proposed formulation unify the two principal steps of the problem: pairing creation and the allocation of the pairings to the crew members.

The objective is to minimize the cost of the pairings and the difference of the kilometers and hours associated to each crew member.

The algorithm was tested using a real problem from a domestic airline and the computational results presented.

## Sumário

1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 OBJETIVO.....	1
1.2 PROBLEMAS DE MALHA AÉREA.....	2
1.2.1 PLANEJAMENTO DOS VÔOS.....	3
1.2.1.1 DEFINIÇÃO DA MALHA AÉREA.....	3
1.2.1.2 ALOCAÇÃO DE FROTAS.....	6
1.2.1.3 ROTAÇÃO DE AERONAVES.....	12
2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA - ESCALA DE TRIPULANTES.....	17
2.1 GERAÇÃO DE CHAVES DE VÔOS.....	20
2.2 CONFECÇÃO DA ESCALA DE TRIPULANTES.....	22
2.3 SITUAÇÃO ATUAL.....	25
3 REVISÃO DA LITERATURA E ALGORITMOS UTILIZADOS.....	26
3.1 GERAÇÃO DE CHAVES DE VÔOS.....	26
3.2 GERAÇÃO DE ESCALA DE TRIPULANTES.....	29
4 ALGORITMO DE RESOLUÇÃO DE ESCALA DE TRIPULANTES.....	33
4.1 CARACTERÍSTICAS DA ESCALA DE TRIPULANTES.....	33
4.2 VISÃO GERAL DO ALGORITMO.....	35
4.2.1 DADOS DE ENTRADA.....	38
4.3 FASE 1: SOLUÇÃO INICIAL.....	39
4.3.1 FUNÇÃO GULOSA.....	39
4.3.2 DIAS EXTRAS.....	40
4.4 FASE 2: REFINAMENTO DA ESCALA GERADA.....	44
4.4.1 PROCESSO DE REFINAMENTO: ESCOLHA DOS TRIPULANTES....	44
4.4.2 MELHORIA DAS CHAVES ALOCADAS.....	45
4.4.2.1 GERAÇÃO DAS JORNADAS.....	47
4.4.2.2 GERAÇÃO DAS CHAVES DE VÔOS.....	49
4.4.3 PROCESSO DE GERAÇÃO DE ESCALA DE TRIPULANTES.....	53
4.4.4 AUMENTA O NÚMERO DE TRIPULANTES.....	66
4.5 RESULTADO ESPERADO.....	66

5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS.....	68
5.1 OCEANAIR LINHAS AÉREAS .....	72
5.1.1 RESULTADO OBTIDO NA OCEANAIR .....	73
5.2 WEBJET LINHAS AÉREAS .....	75
5.3 TAF LINHAS AÉREAS.....	75
6 CONCLUSÃO E PERSPECTIVA.....	81
BIBLIOGRAFIA.....	84



## Índice de Figuras

FIGURA 1.1: Possibilidades de vizinhanças .....	15
FIGURA 3.1: Construção de escala de tripulantes.....	31
FIGURA 4.1: Montagem das jornadas .....	49
FIGURA 4.2: Tipos de Chaves de Vôos.....	52
FIGURA 4.3: Janelas de folgas.....	61
FIGURA 4.4: Balanceamento de quilometragem .....	64
FIGURA 4.5: Balanceamento de quilometragem .....	64
FIGURA 5.1: Exemplo de uma malha de vôos.....	69
FIGURA 5.2: Geração da escala de comissárias na TAF Linhas Aéreas.....	77

# 1 Introdução

O problema de escala de tripulantes tem sido foco de estudo há vários anos em função de sua complexidade e da necessidade de as empresas terem pessoal suficiente para as suas operações. Esse problema pode ser analisado em vários tipos de empresas: aéreas, ferroviárias, transportes rodoviários, etc. Em todas as empresas o objetivo é sempre o mesmo, ou seja, alocar os tripulantes necessários para a realização das operações previstas para a empresa com o menor custo possível e maximizando a utilização dos recursos (tripulantes).

A otimização tem se tornado uma ferramenta importante no apoio ao processo decisório, inclusive no mercado de transporte aéreo, e já são muitos os casos de empresas aéreas que desenvolveram sistemas baseados na pesquisa operacional para dar suporte às suas operações. A literatura está repleta de artigos e publicações de emprego de técnicas e algoritmos com sucesso para resolução de diversos tipos de problemas que aparecem em uma empresa aérea.

A grande maioria desses problemas é de complexidade difícil, e são denominados NP-completos, isto é, não podem ser resolvidos de maneira exata para todas as suas instâncias, sob o ponto de vista prático. É claro que, quando o tamanho do problema é pequeno, é possível ter resultados ótimos utilizando computadores atuais, mas quando o problema tem muitas variáveis, que é geralmente o caso, deve-se utilizar métodos heurísticos para se obter um bom resultado, ou que esteja bem perto da solução ideal.

## 1.1 Objetivo

Um dos problemas que mais tem sido estudado é o problema de escala de tripulantes. Diversas empresas aéreas têm investido boa parte de seu faturamento e do seu tempo com o objetivo de minimizar o custo associado à escalação, além de permitir uma escala mais justa aos tripulantes. Este trabalho consiste em desenvolver um algoritmo integrado para as fases do processo de planejamento de uma empresa aérea, com a determinação das rotas e tipos de aeronaves que devem ser utilizadas, o resultado deve ser a relação dos vôos com seus devidos tripulantes e horários de partida e chegada.

Esse processo tem sido tratado na literatura da seguinte maneira: resolvendo cada fase separadamente e utilizando algoritmos conhecidos e notoriamente ideais, um para cada fase, até que todas as fases do planejamento estejam completas e os vôos definidos e prontos para serem operados, com suas respectivas aeronaves e rotas definidas e a tripulação que irá trabalhar na sua operação.

Nesse trabalho será proposta uma outra abordagem para a resolução do problema. O planejamento será integrado e todo o processo será tratado como se tivesse apenas uma única fase, na qual serão levados em consideração todos os aspectos pertinentes a cada uma das fases do problema e também ao impacto que uma alteração em uma das fases acarreta em outra.

Uma abordagem que envolva as fases de construção das chaves de vôos e a alocação das mesmas aos tripulantes é mais complexa e dificilmente poderá ser realizada de maneira ótima, pois existem muitas variáveis e restrições a considerar, e tornam até uma pequena malha algo muito complexo e com uma grande variedade combinatória. A criação de uma heurística eficiente que possa resolver rapidamente o problema global se torna inevitável, mesmo que essa solução não seja ótima.

Na prática a empresa aérea está dividida nos setores de planejamento de linhas e escala de tripulante. Quando se deseja operar uma nova rota ou até mesmo mudar um horário de uma rota existente, um dos setores que se deve consultar é o de escala de tripulantes para analisar a viabilidade dessa alteração. Por exemplo, suponha que um tripulante tenha uma programação com início previsto às 07:00h e término às 16:00h. Esta programação está de acordo com a regulamentação no quesito tempo máximo da jornada, mas se o último vôo tem o seu horário deslocado e novo término previsto para 16:40h, já não poderá ser realizada com o mesmo tripulante, isto é, serão necessárias duas equipes de tripulantes para realizar o mesmo número de vôos.

## 1.2 Problemas de malha aérea

Dentre os problemas em empresas aéreas, um conjunto deles se destaca pela importância que tem no planejamento de linhas aéreas. Esses problemas têm por objetivo determinar qual a malha de vôos que deve ser operada pela empresa em um determinado período no futuro e várias variáveis são levadas em consideração para se

atingir um bom planejamento. Muitas vezes esse planejamento consiste em um processo lento e progressivo, onde a empresa deve testar várias rotas até chegar a um conjunto de rotas satisfatório. Existem fatores como a demanda de passageiros, capacidade dos aeroportos, disponibilidade de aerovias e etc que determinam como a malha de vôos da empresa pode ou não ser construída, e o órgão regulador é quem deve dar as permissões necessárias.

#### 1.2.1 Planejamento dos vôos

O planejamento dos vôos consiste em definir o principal produto de uma empresa aérea. O vôo é o produto que a empresa aérea "fabrica" e negocia a sua venda. Ele deve atender com uma satisfação razoável e suficiente para que o cliente, o passageiro, queira comprar mais desse produto, além de manter uma oferta considerável e assim manter o negócio ativo. A etapa de planejamento de vôos envolve a pesquisa da demanda média entre as localidades para melhor definição dos vôos para atingir uma melhor rentabilidade para a empresa.

O conjunto de todos os vôos que uma empresa aérea realiza em um determinado período é denominado malha aérea. Quanto maior o número de aeronaves disponíveis maior será a sua malha aérea e conseqüentemente a complexidade em determinar a que melhor atende à demanda. Geralmente as empresas escolhem alguns aeroportos para centralizar as suas operações como, por exemplo, o aeroporto de Brasília ou o de Congonhas, e isso possibilita dividir o estudo nos vôos que chegam a esses aeroportos e aos vôos que saem desses aeroportos.

Além da verificação da quantidade de passageiros, também é necessário determinar a frota de cada vôo que melhor se ajusta à sua demanda. Cada frota tem uma capacidade de passageiros que deve ser observada na composição da malha aérea.

##### 1.2.1.1 Definição da malha aérea

Essa é a primeira etapa do processo, e será nela que o planejador de linhas aéreas definirá quais as cidades que serão atendidas pela empresa aérea no próximo período, a frequência dos vôos e a sua respectiva vigência. Entende-se por frequência os dias

em que os vôos operam; se a frequência de um vôo é diária, então ele opera todos os dias da semana, inclusive aos sábados e domingos.

O *Instituto de Aviação Civil – IAC*, órgão responsável pelos estudos, pesquisas e planejamento do *Departamento de Aviação Civil – DAC*, órgão brasileiro que regulamenta e controla a aviação nacional, apresenta para as diversas entidades públicas e privadas, direta ou indiretamente relacionadas à atividade do transporte aéreo e à infra-estrutura aeroportuária no Brasil: o *Estudo de Demanda Detalhada dos Aeroportos Brasileiros – 1999 (Demanda Detalhada)*.

Os principais objetivos deste estudo são:

- Fornecer indicadores quantitativos do nível de atividade do modal aéreo nas unidades aeroportuárias brasileiras que apresentam tráfego regular, no âmbito doméstico e / ou internacional;
- Prover parâmetros balizadores para o desenvolvimento das áreas e dos componentes aeroportuários nos horizontes de curto, médio e longo prazos;
- servir de principal suporte para a orientação dos documentos de planejamento das unidades aeroportuárias;
- apresentar os dados essenciais relativos à evolução do tráfego de passageiros, aeronaves e do agregado carga e mala postal, visando auxiliar a tomada de decisões quanto à alocação de recursos e investimentos necessários ao desenvolvimento desse conjunto de aeroportos.

Deve-se salientar que a *Demanda Detalhada* representa o estudo básico de referência para a elaboração dos *Planos Diretores Aeroportuários*, uma vez que seus prognósticos funcionam como balizadores oficiais de tráfego para as diversas unidades aeroportuárias nele contempladas. Dessa forma, constitui-se em importante fonte de orientação para a atividade de planejamento no campo da infra-estrutura aeronáutica.

Com base nesse estudo, com o conhecimento das atividades das empresas aéreas concorrentes e com a realização de pesquisas periódicas para verificação da satisfação dos passageiros em viajar do ponto A ao ponto B em determinados horários, o planejador tem em mãos a fonte de dados essencial onde pode ser aplicado um modelo matemático para definir quais serão os vôos mais produtivos a serem realizados.

Nessa etapa do planejamento a pesquisa operacional tem papel secundário na elaboração de uma solução, o fator determinante será o sentimento, o conhecimento adquirido ao longo dos anos do responsável pelo planejamento, além de interesses comerciais da empresa aérea. Um bom modelo matemático nessa fase seria aquele onde o planejador pudesse informar a relação de vôos e sua prioridade e a solução teria a maximização das prioridades, isto é, tentaria compor a malha aérea com o máximo de vôos com prioridade alta. Um bom índice para a prioridade é justamente a demanda de passageiros entre as cidades. Esse problema pode e deve ser resolvido junto com o problema de alocação de frotas que será visto no próximo tópico.

A primeira fase do planejamento consiste na definição dos vôos que uma empresa deve realizar em função da demanda e das estatísticas obtidas pelas pesquisas de mercado com relação à disponibilidade de oferta das outras empresas e à necessidade das pessoas de se deslocarem de uma localidade A para a localidade B em determinados horários e dias da semana. Pelo fato dessa fase ser muito influenciada pela metodologia de negócio de uma empresa aérea e pela sensibilidade do pessoal que trabalha com aviação, ela teve pouca ou quase nenhuma divulgação em artigos e trabalhos baseados em pesquisa operacional para planejamento de linhas aéreas e talvez o enfoque principal para a solução desse tipo de problema seja a área de administração de empresas, onde o planejador usará o conhecimento e o sentimento relacionado ao negócio para dar um melhor retorno à empresa aérea.

Um exemplo de como a diretoria de uma empresa pode afetar a definição da malha aérea está em duas empresas de um mesmo grupo que existia no Brasil na década de 90, Rio-Sul e Nordeste. Essas duas empresas pertenciam a um grupo de empresas aéreas que tinha como empresa-líder a Varig. A diretoria da holding que controlava o grupo era que essas empresas realizariam apenas vôos regionais onde a Rio-Sul abrangeria basicamente as regiões do sul do país (Sul, Sudeste e Centro-Oeste) e a Nordeste as regiões do norte do país (Norte e Nordeste), na definição básica de suas rotas. É evidente que nada impedia que uma empresa invadisse o espaço da outra, mas em princípio isso só acontecia se fosse de interesse da holding controladora. Essa demarcação do território tem um impacto muito grande em um trabalho de otimização, já que restringe um grande número de possibilidades e, por conseqüência,

o resultado final fica restrito, pois algumas possibilidades de ligações entre aeroportos são perdidas.

Outro aspecto interessante que pode ser observado é a sazonalidade das operações aéreas. A sazonalidade não pode ser controlada por modelos matemáticos e depende de fatores como estações do ano, política governamental, festas regionais, interesses econômicos, interesses internos, etc. A empresa aérea deve estar atenta às mudanças na região em que atua para definir de forma ágil uma nova malha aérea e dar um bom retorno financeiro.

Um bom modelo matemático para solucionar o problema da definição da malha aérea consiste em conhecer a demanda entre as localidades e definir uma malha que maximize o atendimento a essa demanda. Um índice utilizado para verificar o rendimento de uma empresa aérea, mais necessariamente as etapas, é determinado dividindo o número de passageiros voados pelo número de assentos oferecidos por quilômetro. Esse índice é chamado de aproveitamento da empresa e quanto maior esse índice, mais lucrativo torna-se a operação.

Para resolver esse problema deve-se levar em consideração o tamanho e a capacidade da frota da empresa, isto é, o modelo deve ser capaz de analisar a malha aérea de uma forma global para poder fazer observações do tipo: tem-se uma demanda de 100 passageiros entre uma localidade e outra e coloca-se para operar essa rota uma aeronave com capacidade inferior, pois as aeronaves que possuem capacidade superior têm um aproveitamento melhor se forem colocadas em outras rotas.

#### 1.2.1.2 Alocação de frotas

Esse talvez tenha sido o problema mais estudado em toda a literatura sobre pesquisa operacional em aviação. Talvez por ser um problema que dá um bom retorno financeiro às empresas aéreas.

O problema de alocação de frotas pode ser descrito conforme a seguir.

Dado um conjunto de vôos que serão operados em um determinado período, que pode ser um dia, uma semana, um mês ou um outro período qualquer, onde cada vôo é composto pelos seguintes atributos:

- Horário de partida;

- Horário de chegada;
- Aeroporto de partida;
- Aeroporto de chegada;
- Demanda média de passageiros (obtido através de um histórico sobre a rota);
- Tempo máximo aceitável para deslocamento dos horários de saída e chegada.

O problema consiste em determinar qual será a frota ideal para cada um dos vôos, respeitando a interconexão entre os aeroportos de chegada de um vôo e o aeroporto de saída do vôo subsequente e os respectivos horários de chegada e saída, para não haver sobreposição na linha do tempo.

A questão do tempo máximo aceitável para deslocamento dos horários de saída e chegada depende do aeroporto no qual o vôo decola. Em um aeroporto como o Santos Dumont (Rio de Janeiro) ou Congonhas (São Paulo) o tráfego aéreo é muito intenso e os horários de saída dos vôos devem ser definidos em função do órgão regulador. Em aeroportos cujo tráfego aéreo é menor, a empresa pode definir que um determinado vôo pode ocorrer em um intervalo de tempo e o sistema se encarrega de definir o melhor horário em função do problema geral de planejamento. Por exemplo, suponha que o aeroporto de Navegantes não tenha um grande tráfego aéreo e esteja disponível para pousos e decolagens durante toda a tarde. O planejador pode definir que um determinado vôo tenha horário de partida às 15:00hs e um tempo máximo aceitável de 180 minutos, assim o sistema pode escolher um horário entre 12:00hs e 18:00hs, aquele que melhor lhe convier.

Existem basicamente dois tipos de empresa aérea: as de linha regular e as de táxi aéreo. Para uma empresa aérea de linha regular poder operar em um aeroporto e ter assegurado que em determinado horário a pista de pouso e decolagem estará disponível para ela é necessário que seja aprovado um documento chamado de Horário de Transporte ou HOTRAN, que é o documento que formaliza as concessões para a exploração de linhas aéreas regulares internacionais e domésticas de passageiros e/ou carga e da Rede Postal pelas empresas de transporte aéreo, com os respectivos números de vôos, freqüências, tipos de aeronaves e oferta de assentos. Esse documento é enviado ao DAC e, em caso de aprovação, dá o direito da empresa aérea operar as linhas de forma regular. Em aeroportos com maior tráfego de passageiros é mais difícil conseguir uma aprovação para um horário específico, pois



uma outra empresa já pode estar operando naquele horário. Quando um avião decola ou pousa ele gera um turbilhão de ar que impede que outra aeronave possa decolar ou pousar durante um intervalo de tempo, com isso, os horários devem ser divididos e existe uma capacidade máxima que deve ser respeitada. Geralmente esse tempo é de dois minutos e, nesse caso, em uma hora temos a possibilidade de trinta operações. A cada intervalo de tempo em que pode haver uma operação é denominado “slot”. Já em aeroportos onde o tráfego é menor, o tamanho dos “slots” e a sua quantidade podem ser maior e isso dá uma flexibilidade maior para a escolha do melhor horário de pouso ou decolagem.

O problema de alocação de frotas pode ter objetivo diverso, dentre os mais estudados, pode-se minimizar a demanda excedente ou faltante em cada vôo. Por exemplo, para cada vôo tem-se uma determinada demanda e supondo que a empresa aérea tenha dois tipos de frota, A e B, com capacidades de 50 e 100 passageiros respectivamente, se um dado vôo tem uma demanda histórica média de 70 passageiros, a empresa deve decidir em “evitar” os 20 passageiros excedentes e operar o vôo com a frota de 50 lugares e correr o risco de perder para sempre esses potenciais usuários para uma empresa aérea concorrente ou deve operar com uma aeronave de maior capacidade, no caso a aeronave da frota B com 100 lugares, e perder a receita de 30 lugares?

Outros aspectos podem ser analisados no problema de alocação de frota. Os custos com combustível podem fazer a mudança na escolha de um determinado tipo de frota que consuma menos combustível em um certo trecho. O tamanho e disponibilidade de tripulação, já que cada tipo de frota requer uma determinada configuração de tripulação e pode não haver o suficiente em certas bases (aeroportos). A disponibilidade de manutenção nas bases em que a aeronave irá pousar e decolar pode fazer diferença na escolha, a tolerância ao ruído, etc. Como pode ser observado são diversos os fatores que fazem da escolha de uma determinada frota para um vôo um problema complexo e difícil de ser resolvido se forem atendidos todos os requisitos.

Diversos trabalhos foram publicados para resolução desse problema, dentre os principais pode-se destacar o trabalho realizado por Abara [1] na American Airlines. Esse trabalho descreve um modelo matemático para resolver o problema de alocação de frotas com aproximadamente  $5FK$  variáveis, onde  $F$  é o número de vôos (flight) e  $K$  é o número de frotas diferentes. Um problema médio, resolvido por esse modelo,

tem 400 vôos, 60 aeroportos e 3 tipos de frotas, gerando aproximadamente 6300 variáveis e 1800 restrições e foi resolvido em um computador IBM X/370 utilizando o *software* MPS em 60 minutos. Esse trabalho foi precursor na American Airlines e deu origem ao “Next Generation Scheduling System”.

No seu trabalho ele define um modelo matemático que resolve o problema de alocação de frotas como um problema de redes com restrições de conservação do fluxo.

Esse modelo foi aplicado na American Airlines e levou seis anos para se tornar uma excelente ferramenta de análise e tomada de decisões.

Dados:

$X_{ijk}$  = possível junção de dois vôos  $i$  e  $j$  na frota do tipo  $k$ .

$e_k$  = Aeronave extra para a frota  $k$ , além do número especificado.

$M_k$  = número de aeronaves disponíveis para a frota  $k$ .

$P_{jk}$  = ganho (ou perda) ao se operar o vôo  $j$  na aeronave da frota  $k$ .

$O_{sk}, T_{sk}$  = Variável inteira representando o número de aeronaves iniciando/terminando na frota  $k$  e no aeroporto  $s$ .

$Y_{sk}$  = indicador de serviço da aeronave do tipo  $k$  no aeroporto  $s$ .

$C_1$  = custo nominal utilizado por aeronave (geralmente 1)

$C_2$  = custo nominal utilizado por aeronave extra (geralmente 800.000)

$C_3$  = custo nominal por falta balanceamento em algum aeroporto (geralmente 500.000)

$F$  = número de vôos

$K$  = número de tipos de aeronaves

$S$  = número de aeroportos

$A_s$  = conjunto de chegadas no aeroporto  $s$

$D_s$  = conjunto de partidas do aeroporto  $s$

$AD_s$  = conjunto de combinações de chegadas e partidas do aeroporto  $s$

$CS_k$  = custo imposto (penalidade ou recompensa) para cada aeroporto servido por aeronave do tipo  $k$

Onde:

$$X_{ijk} \in \{0,1\}$$

$$Y_{sk} \in \{0,1\}$$

$$O_{sk}, T_{sk} \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

Restrições:

$$\sum_{i=0}^F \sum_{k=1}^K X_{ijk} \leq 1 \quad \text{para todo } j \quad (\text{Cobertura dos vôos}) \quad [1.1]$$

$$\sum_{i=0}^F X_{ilk} = \sum_{j=0}^F X_{ljk} \quad \text{para todo } l, k \quad (\text{Continuidade do equipamento}) \quad [1.2]$$

$$\sum X_{oik} + O_{sk} = \sum X_{iok} + T_{sk} \quad \text{para todo } s, k \quad (\text{Balanceamento}) \quad [1.3]$$

$$\sum_{i=1}^F X_{oik} - e_k = M_k \quad \text{para todo } k \quad (\text{Contador de aeronaves}) \quad [1.4]$$

Existem quatro conjuntos básicos de restrições no modelo:

1. Cobertura dos vôos: para cada vôo que chega em um aeroporto existe uma conexão para um vôo saindo desse mesmo aeroporto dentro de um intervalo de tempo predeterminado. Para prevenir que os vôos sejam contados mais de uma vez existe uma restrição onde está especificada que cada vôo deve ser coberto apenas uma única vez. Na verdade se o modelo relaxar essa restrição para permitir que o vôo seja coberto por pelo menos uma aeronave e a solução final tiver um mesmo vôo em mais de uma aeronave significa que a empresa aérea “ganhou” o mesmo vôo em outra aeronave sem que isso tenha afetado os outros vôos. Esse vôo-extra pode ter inclusive passagens vendidas.
2. Continuidade do equipamento: é necessário que cada vôo comece e termine no mesmo tipo de aeronave, essa restrição assegura a integridade da rede.
3. Balanceamento por aeroportos e tipos de aeronaves: essa restrição é baseada na equação de conservação do fluxo, que determina que a diferença entre o total de decolagens e o total de pousos representa um desbalanceamento e para que a rede esteja balanceada esta equação deve ser zero.
4. Contagem de aeronaves: existe um contador de aeronaves para estabelecer um mínimo de aeronaves de cada tipo para o resultado final.

Existe ainda um quinto conjunto de restrições que diz respeito aos desejos adicionais do planejamento como o número de aeronaves pernitando em um determinado aeroporto, número máximo de pousos ou decolagens por aeroporto ou por aeronave ou obrigar a determinados vôos pertencerem a um mesmo tipo de frota.

Com esse modelo básico foi possível gerar outros modelos mais complexos para atender aos requisitos das empresas aéreas. Mas esse modelo tinha limitações quanto ao número e tipo das variáveis de decisão. A quantidade de variáveis era uma relação direta do número de vôos e da quantidade de tipos de frotas e eram variáveis binárias, o que não podia ser resolvido para problemas grandes.

Outro trabalho de destaque foi escrito por Hane [17]. O artigo descreve a solução de problemas com um resultado se aproximando de 0,02% do ótimo e uma metodologia capaz de resolver instâncias com 150 cidades (aeroportos), 2500 vôos e 11 tipos de frotas em menos de uma hora. Uma grande contribuição desse trabalho foi a introdução do conceito de agregação que consistia em verificar os horários de decolagem e chegada de cada vôo e retirar as variáveis e restrições que não podiam ser atendidas devido a uma inconsistência no tempo, isto é, um vôo que tem uma chegada em determinado aeroporto depois que um outro vôo já tenha partido não deve necessariamente ser realizado com a mesma aeronave. Com base nessa informação é possível restringir o modelo e retirar algumas variáveis e restrições fazendo com que os tamanhos das instâncias reduzam de maneira significativa e, com isso, as metodologias empregadas para a sua resolução não levem um tempo inaceitável ao usuário.

Como as variáveis de decisão são binárias, a predeterminação de variáveis nada mais é do que assumir que se uma determinada variável tem um valor muito próximo a um na solução do problema linear então ela é fixada em um. Geralmente o valor arredondado era maior do que 0,99. Mesmo sendo um valor muito próximo a um ele não impedia que o modelo ficasse inviável. Se duas variáveis de um mesmo conjunto de informação tivessem valores diferentes de zero e as outras fossem zero, então elas eram fixadas em zero. Por exemplo, se as variáveis  $X_{3i}$  e  $X_{5i}$  tivessem o valor de 0,5, significa que o vôo  $i$  deve ser alocado à frota 3 ou 5 e todas as outras frotas seriam impedidas de receber esse vôo.

A tabela 1.1 ilustra a quantidade de variáveis pré-fixadas pelo algoritmo.

Problema	Original		X fixados em 1	X fixados em 0
	Restrições	Variáveis		
1C	819	1399	193	306
1D	5521	9146	1538	2118
1E	10382	19434	1774	6648
2C	870	1529	199	343
2D	5789	9661	1049	2735
2E	10601	19887	1992	6780

TABELA 1.1: Total de Variáveis

Outra abordagem interessante foi realizada por Barnhart [4] onde é implementado o conceito de *string* (cadeia em inglês). Uma cadeia de vôos é um conjunto de vôos previamente interligados. Para resolver o problema são geradas muitas dessas cadeias, combinando os vôos de várias maneiras, e então elas são colocadas em um problema de particionamento, onde cada *string* representa uma variável de decisão e a matriz de restrição indica se um determinado vôo está contido em uma *string*. A grande vantagem dessa abordagem é que o problema de particionamento pode ser resolvido por geração de colunas, metodologia de solução onde as *strings* (variáveis) são geradas sob demanda, isto é, não é necessário gerar todo o conjunto de combinações de vôos para se chegar a solução ótima.

Essa abordagem também permite que o problema de rotação de aeronaves seja tratado em conjunto com o problema de alocação de frotas, bastando colocar cada *string* como se fosse uma aeronave específica na solução final e considerar também as manutenções e outros fatores relativos apenas à rotação das aeronaves.

### 1.2.1.3 Rotação de aeronaves

O problema de rotação de aeronaves consiste em alocar os vôos aos aviões que efetivamente irão operá-los. Esse tipo de problema se confunde com o problema de alocação de frotas dado que, para saber se determinado vôo irá operar em determinada frota é necessário saber se essa frota tem a capacidade de aviões suficientes para comportar a demanda de vôos.

Dado um conjunto de vôos que deverão ser realizados com um determinado tipo de frota, com localidades, duração e freqüências de manutenção pré-especificadas, o problema de rotação de aeronaves pode determinar a rota específica realizada por cada aeronave. Esse problema é resolvido com base na solução do problema de alocação de frotas e deve ser rodado separadamente para cada frota.

Um dos objetivos do problema de rotação de aeronaves consiste em determinar uma rota em que a aeronave possa realizar todos os tipos de manutenção nos períodos necessários.

Cada aeronave tem quatro tipos de manutenção (A, B, C e D) que devem ser realizadas rigorosamente pelas companhias aéreas com o intuito de garantir a segurança nos vôos. Os quatro tipos de manutenção variam em escopo, duração e freqüência. O primeiro, a manutenção tipo A ou *check-A*, envolve uma inspeção visual de todos os sistemas principais como trem de aterrissagem, fuselagem, engrenagens, etc. Essa é uma manutenção rotineira e é realizada em intervalos pequenos, normalmente a cada 65 horas de vôo e dura em média uma hora. O segundo, a manutenção tipo B ou *check-B*, que envolve, além de uma completa inspeção visual, a lubrificação de toda a aeronave e é realizada entre cada 300 e 600 horas de vôo e geralmente é feita durante a madrugada em bases que possui material, por isso a aeronave deve pernoitar nessas bases específicas. As outras manutenções exigem um tempo maior e geralmente são realizadas retirando-se a aeronave de operação durante esse período.

Outro aspecto a ser considerado na função objetivo é o "valor contínuo" ou *through value*, que é o desejo do passageiro ter um serviço sem troca de equipamentos, ou seja, sem as indesejáveis conexões de aeronaves. Quando um passageiro compra uma passagem da origem A para o destino B, ele deseja chegar ao destino o mais rápido possível e permanecendo sentado no mesmo lugar na aeronave. Se ele tem que fazer algumas escalas e se em alguma dessas escala ele deve trocar de avião, isso gera um desconforto que pode ocasionar na perda do passageiro se ele preferir voar em uma companhia que forneça um serviço mais atrativo. O problema de rotação de aeronaves deve verificar as demandas ponta-a-ponta, ou seja, origem-destino, e tentar maximizar o *through value*. Por exemplo, suponha que exista a seguinte demanda passageiros por origem-destino:

Origem	Destino	Partida	Chegada	Demanda
Maringá	Vitória	09:45	14:00	50
Maringá	Rio de Janeiro	09:45	12:30	20
Brasília	Vitória	10:50	14:00	40
Brasília	Rio de Janeiro	10:50	12:10	60

TABELA 1.2: Demanda da malha de vôos

A frota utilizada é do tipo Boeing 737-500 com capacidade para 117 passageiros. O vôo que sai de Maringá em direção à Vitória tem 70 passageiros, sendo que 20 deles ficarão no Rio de Janeiro em uma escala programada. O mesmo ocorre com um vôo que sai de Brasília em direção à Vitória, sendo que esse vôo tem 100 passageiros e 60 ficarão no Rio de Janeiro. É fácil verificar que os horários permitem uma conexão no aeroporto do Rio de Janeiro e poderá ser utilizada apenas uma aeronave no percurso do Rio de Janeiro para Vitória com 110 passageiros, 50 oriundos de Maringá e 60 de Brasília. Mas a questão que deve ser resolvida é: quais passageiros serão penalizados com uma troca de aeronave? Essa análise pode ser feita de várias maneiras. Se for considerado apenas a quantidade de passageiros penalizados, então deve-se fazer a troca de aeronave com os passageiros provenientes de Brasília. Se for levado em consideração o menor tempo de espera no aeroporto, para diminuir o desconforto então deve-se fazer a troca de aeronave com os passageiros de Maringá, já que esse vôo chega depois do vôo vindo de Brasília. Se for política da empresa satisfazer sempre os passageiros provenientes da cidade teoricamente mais importante, então os passageiros de Brasília seriam os beneficiados. É claro que esse estudo está sendo realizado com base no planejamento dos vôos e suas respectivas aeronaves e a demanda é uma previsão, então pode ser que em determinado dia a empresa resolva alterar a aeronave em detrimento a uma demanda superior proveniente de Maringá, mas isso ocorre na fase de execução.

Clarke [11] demonstrou que o problema de rotação de aeronaves poderia ser resolvido como um grafo euleriano. “Um grafo euleriano é aquele conexo, no qual o número de vértices de grau ímpar é 0 ou 2 (Euler, 1766). Esses grafos contêm um ciclo euleriano, isto é, um ciclo que passa em toda aresta exatamente uma vez” [7]. O objetivo do

modelo é encontrar um ciclo euleriano que maximiza a função e atende aos requisitos de manutenção.

No modelo descrito no artigo, a variável de decisão é  $x_{ij}$ , binária, com o valor 1 se o voo  $i$  estiver na mesma seqüência que o voo  $j$ , 0 caso contrário, isto é, se uma aeronave tem os dois vôos  $i$  e  $j$ .

Esse modelo pode ser resolvido para instâncias pequenas, isto é, com poucos vôos, de maneira convencional utilizando a uma técnica denominada “branch-and-bound”. Se for necessária a sua utilização para instâncias maiores a sugestão seria utilizar algum algoritmo heurístico.

Por exemplo, para resolver o problema das instâncias muito grandes Götz et al. [15] desenvolveu uma heurística baseada em Simulated Annealing. Nessa heurística foram definidos dois tipos de alterações na solução atual, onde cada alteração representa uma nova vizinhança.

Na primeira alteração era realizada uma troca de vôos entre as frotas, e na segunda era realizada uma permuta entre os vôos.

A figura 1.1 exemplifica as possíveis vizinhanças.

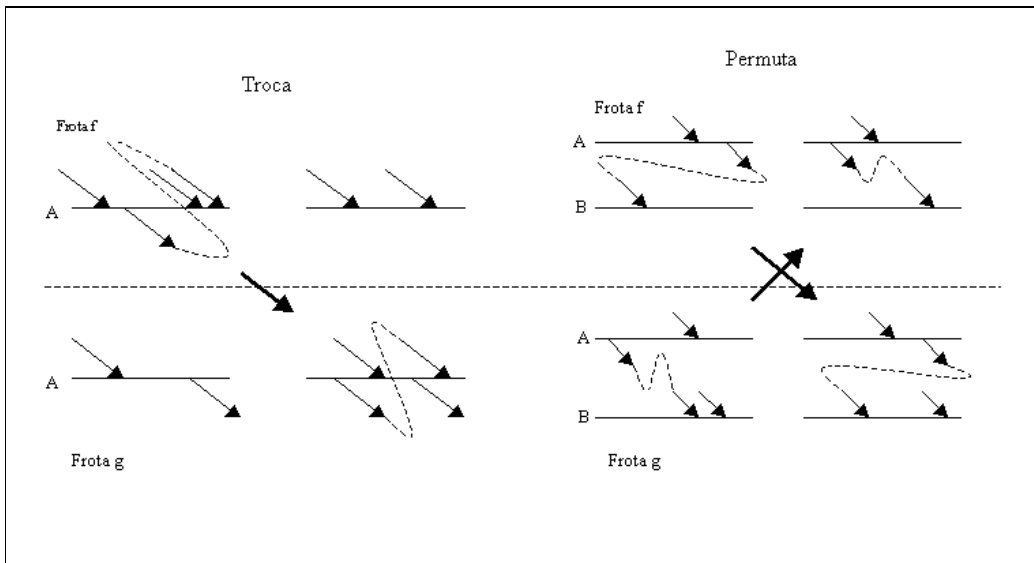


FIGURA 1.1: Possibilidades de vizinhanças

A troca consiste em selecionar um voo que inicia e termina em um mesmo aeroporto e trocar a frota alocada a ele. Esse movimento não implica em violar nenhuma restrição, uma vez que o voo, ou conjunto de vôos, inicia e termina em um mesmo aeroporto. A



permuta consiste em selecionar dois vôos, ambos iniciando no aeroporto A e terminando no aeroporto B e faz a permuta entre as frotas como ilustra a figura.

Esse algoritmo se mostrou muito eficaz em comparação com o tempo necessário para resolver o problema linear e inteiro do modelo matemático utilizando pacotes comerciais de otimização, resolvendo instâncias com até 5000 trechos de vôo em menos de 30 minutos.

## 2 Descrição do Problema - Escala de Tripulantes

O problema a ser focado nesse trabalho é o de planejamento de uma escala de atividades e vôos para os tripulantes de uma empresa aérea. Esse problema também pode ser estendido para outras empresas que tenham funcionários que trabalhem em turnos e devam seguir determinadas regras de jornada.

Entendem-se como atividades todas as tarefas realizadas pelos tripulantes que não sejam operações em vôo. Essas atividades podem ser cursos, treinamentos específicos, reciclagens, revalidações de carteiras, folgas, férias, dispensas médicas, etc.

O planejamento de uma escala de tripulantes é sempre realizado para um período subsequente de pelo menos 15 dias. O ideal é que esse planejamento seja realizado para um período de um mês completo, mas há casos em que a indefinição com relação aos dados planejados, isto é, disponibilidade de tripulantes ou vôos a serem realizados, obriga aos planejadores a montar um planejamento para apenas sete dias.

Ainda na fase de planejamento de uma próxima etapa de operação em uma empresa aérea, depois de definidos os vôos, as suas respectivas frotas e a aeronave de cada tipo de frota que irá operar cada um dos vôos, são necessários que se definam os tripulantes de cada vôo. Talvez em um futuro próximo isso não seja mais necessário, já que existem estudos e pesquisas para o desenvolvimento de aeronaves que decolem e pousem sem a necessidade de intervenção humana, mas isso ainda é ficção e enquanto as pessoas não confiarem plenamente nas máquinas as aeronaves devem ser operadas por especialistas altamente treinados para intervir em qualquer situação de emergência.

A Lei nº 7.183 de 05 de abril de 1984 regula o exercício da profissão do aeronauta e define o regime de trabalho. Os itens que interferem diretamente na construção das chaves de vôo serão transcritos abaixo:

- Existem três tipos de tripulação: tripulação mínima, que é especificado pelo manual de operação da aeronave, e é permitida em casos especiais como vôos de instrução, de experiência, de vistoria e de traslado. Tripulação simples que constitui na tripulação necessária à realização do vôo. Tripulação composta, que é a tripulação simples acrescida de um piloto no nível de comando, um mecânico de vôo, se o equipamento exigir, e o mínimo de 25% (vinte e cinco

por cento) do número de comissários. Tripulação de revezamento, que é idêntica à tripulação composta, sendo que serão necessários 50% (cinquenta por cento) do número de comissários.

- Jornada é a duração do trabalho do aeronauta, contada entre a hora da apresentação no local de trabalho e a hora em que o mesmo é encerrado. A apresentação no aeroporto não deverá ser inferior a 30 (trinta) minutos da hora prevista para o início do voo e a jornada será considerada encerrada 30 (trinta) minutos após a parada final dos motores.
- A duração da jornada será de 11 (onze) horas para tripulação mínima ou simples, 14 (quatorze) horas para tripulação composta e 20 (vinte) horas para tripulação de revezamento.
- A duração do trabalho do aeronauta não pode ultrapassar 60 (sessenta) horas semanais ou 176 (cento e setenta e seis) horas mensais.
- Considera-se um sobreaviso ao período de tempo não excedente a 12 (doze) horas, em que o aeronauta permanece em local de sua escolha, à disposição do empregador, devendo apresentar-se no aeroporto ou outro local determinado, até 90 (noventa) minutos após receber comunicação para o início de nova tarefa. O número de sobreavisos que o aeronauta poderá concorrer não deverá exceder a 2 (dois) semanais ou 8 (oito) mensais.
- Reserva é o período de tempo em que o aeronauta permanece, por determinação do empregador, em local de trabalho à sua disposição. O período de reserva para aeronautas de empresas de transportes aéreo regular não excederá de 6 (seis) horas.
- Viagem é o trabalho realizado pelo tripulante, contado desde a saída de sua base até o regresso à mesma. Nesse caso uma viagem é justamente uma chave de voo e pode compreender uma ou mais jornadas que podem ou não passar pela base de origem do tripulante desde que não haja o pernoite.
- Os limites de horas de voo e pousos permitidos para um jornada serão de 9 (nove) horas e 30 (trinta) minutos de voo e 5 (cinco) pousos para tripulação mínima ou simples, 12 (doze) horas de voo e 6 (seis) pousos para tripulação composta e 15 (quinze) horas de voo e 4 (quatro) pousos para tripulação de revezamento. O número de pousos para tripulação mínima ou simples pode ser

estendido até 6 (seis) sendo que deverá ser dado 1 (uma) hora a mais no repouso anterior à jornada.

- Para o objeto de nosso estudo, os aviões a jato, os limites de tempo de vôo do tripulante não poderão exceder em cada mês, trimestre e ano, 85 (oitenta e cinco) horas, 230 (duzentos e trinta) horas e 850 (oitocentos e cinquenta) horas respectivamente.
- Repouso é o espaço de tempo ininterrupto após uma jornada em que o tripulante fica desobrigado de prestação de qualquer serviço. O repouso terá a duração diretamente relacionada ao tempo da jornada anterior, observando-se os seguintes limites: 12 (doze) horas de repouso, após jornada de até 12 (doze) horas; 16 (dezesesseis) horas de repouso, após jornada de mais de 12 (doze) horas e até 15 (quinze) horas e 24 (vinte e quatro) horas de repouso, após jornada de mais de 15 (quinze) horas. Quando ocorrer o cruzamento de três ou mais fusos horários em um dos sentidos da viagem, o tripulante terá, na sua base domiciliar, o repouso acrescido de 2 (duas) horas por fuso cruzado.
- Ocorrendo o regresso de viagem de uma tripulação simples entre 23:00 (vinte e três) e 06:00 (seis) horas, tendo havido pelo menos 3 (três) horas de jornada, o tripulante não poderá ser escalado para trabalho dentro desse espaço de tempo no período noturno subsequente.
- Folga é o período de tempo não inferior a 24 (vinte e quatro) horas consecutivas em que o aeronauta, em sua base contratual, sem prejuízo da remuneração, está desobrigado de qualquer atividade relacionada com seu trabalho. A folga deverá ocorrer, no máximo após o 6º (sexto) período consecutivo de até 24 (vinte e quatro) horas à disposição do empregador, contando a partir da sua apresentação. O número de folgas não será inferior a 8 (oito) períodos de 24 (vinte e quatro) horas por mês. Do número de folgas estipulado neste artigo, serão concedidos dois períodos consecutivos de 24 (vinte e quatro) horas devendo pelo menos um destes incluir um sábado ou um domingo.

Como se pode observar as regras de regulamentação do trabalho de um aeronauta são divididas naquelas que dizem respeito às atividades de um dia, de um conjunto

seqüencial de vários dias e do período completo de um mês. Para facilitar o processo costuma-se criar blocos com etapas de vôos ou atividades, que atendam as regras definidas para uma jornada de trabalho, ou seja, um dia. Dentre essas regras é fácil destacar a duração de uma jornada, o tempo máximo de horas de vôo e o repouso ao término de uma jornada.

Com os blocos diários criados, a segunda etapa consiste em juntar esses blocos atendendo a regra que estipula que o tempo máximo que o tripulante pode ficar fora de sua base sem receber uma folga é de seis dias. Esse conjunto de blocos é denominado chave de vôo.

Para fazer o planejamento da escala de tripulantes os planejadores de escala primeiramente elaboram as chaves de vôos, procurando, sempre que possível, repetir as suas características durante o mês. Essa repetição não é interessante quando se deseja obter o máximo rendimento dos tripulantes, mas ajuda aos planejadores e criar grupos de chaves e identifica-las no contexto geral. É claro que, para o objeto desse trabalho, essa prática não será obedecida. Em seguida essas mesmas chaves de vôo devem ser alocadas aos tripulantes respeitando as atividades pré-estabelecidas, isto é, sem que haja sobreposição de horários entre uma atividade já alocada e uma ainda não alocada e verificando o tempo máximo de trabalho fora de sua base sem que ele receba uma folga.

É fácil verificar que esse problema é muito semelhante ao problema de alocação de vôos às aeronaves, sendo que no caso de alocação de vôos devem ser respeitados os horários de cada vôo e as suas respectivas localidades para que não sejam alocados dois vôos subseqüentes com horários e localidades incompatíveis e no caso de alocação de chaves de vôos a única preocupação é com relação aos horários, já que toda chave de vôo deve sair e chegar na mesma base de um tripulante.

## 2.1 Geração de chaves de vôos

O conjunto de todas as chaves de vôo de uma determinada frota corresponde a todos os vôos operados por aquela frota, incluindo-se as atividades de reserva e sobreaviso destinadas a cobrir uma eventual falta de tripulante. As atividades de reserva e sobreaviso são extremamente necessárias no planejamento de uma escala e são

consideradas atividades de igual ou superior relevância que um voo, isso porque uma atividade de reserva ou sobreaviso obriga o tripulante a ficar de prontidão no aeroporto ou em casa para atender uma falta de outro tripulante em um determinado período, então esse tripulante serve de apoio a todos os voos que saem daquela base naquele intervalo de tempo.

A reserva é caracterizada por ter no máximo 6 (seis) horas de duração, o tripulante deve estar uniformizado no aeroporto, isto é, o seu acionamento é imediato, e ele recebe o equivalente ao tripulante que está voando. Dependendo do fluxo de voos, fica a disposição da empresa uma equipe de reserva na parte da manhã e uma outra na parte da tarde, isso se o orçamento e a disponibilidade de tripulantes permitir.

O sobreaviso se caracteriza por ter no máximo até 12 (doze) horas de duração, o tripulante tem o direito de ficar em qualquer lugar a sua escolha, desde que tenha comunicação disponível, e o para o seu acionamento deve haver uma tolerância de até 90 (noventa) minutos. Como o sobreaviso tem uma duração maior, uma equipe pode cobrir um dia inteiro de operação. A sua remuneração é equivalente a 1/3 (um terço) da hora voada. O sobreaviso deve ser a primeira opção de acionamento em caso de falta de tripulação se o tempo permitir, já que é preferível acionar o tripulante que está em casa e manter o tripulante de reserva para uma eventual nova falta de tripulação.

O problema de geração de chaves de voo é muito complexo devido ao grande número de possibilidades que os voos podem ser combinados. Se forem levadas em consideração apenas as combinações de um dia, existem restrições que impedem a explosão combinatória como, por exemplo, o limite de pousos de uma jornada, ou o tempo máximo de voo, etc. Mas ao combinar todas as jornadas de um dia para formar chaves de até seis dias (tempo máximo que o tripulante pode ficar sem receber uma folga) tem-se uma quantidade enorme de possibilidades tornando o problema muito complexo.

A geração de um bom conjunto de chaves de voos é avaliada conforme a diretriz de uma empresa aérea. O foco pode estar na economia que a empresa fará ou na qualidade das atividades que o tripulante terá que executar. Se a empresa aérea deseja obter um conjunto de chaves de voo com economia, então a função-objetivo do problema deve levar em consideração fatores como o custo de um pernoite em cada uma das localidades atendidas pelos voos da malha aérea, o custo de um dia sem

atividade do tripulante fora de sua base com relação ao custo de trazer o tripulante de volta à base de origem em um voo no qual o tripulante será passageiro, ou voo extra, além da quantidade de tripulantes necessários para executar essa malha dia a dia.

Se o foco da empresa aérea está na criação de chaves de voos que assegurem um conforto maior ao tripulante, então o melhor conjunto será aquele que, além de atender a todos os voos da malha, conseguir refletir algum conforto ao tripulante, seja limitando o número de pousos que uma jornada possui, não permitindo a troca de equipamento entre um voo e outro na mesma jornada do tripulante, limitando a quantidade de jornadas em uma chave, restringindo as localidades em que o tripulante pernoverá, etc. Algumas considerações podem ser feitas com relação a esses itens: geralmente o planejador de escala, quando vai construir as chaves de voo, leva em consideração a seqüência de voos realizada por uma mesma aeronave para que não seja necessário ao tripulante fazer uma troca no meio da sua jornada, pois uma troca de aeronave implicará em uma checagem completa de todos os sistemas antes de poder prosseguir a viagem, e isso faz com que a aeronave demore um pouco mais no solo. O tempo de solo entre os voos de uma aeronave deve ser suficiente para que os passageiros que chegam ao destino desembarquem, a equipe de limpeza e abastecimento de suprimentos complete o trabalho e os passageiros que irão seguir viagem embarquem, e esse tempo, dependendo das facilidades do aeroporto (rampa de acesso (finger), abastecimento da aeronave, equipe de orientação, etc) pode ser de 20 a 30 minutos. Se houver uma troca de tripulação, deve-se aumentar o tempo de solo para que a tripulação nova possa fazer a checagem dos sistemas da aeronave. A quantidade de jornadas em uma chave de voo também é fator de insatisfação entre a tripulação, pois quanto mais jornadas a chave contiver, mais dias o tripulante ficará longe de casa.

Baseado no conjunto de todas as chaves de voo, o planejador pode fazer o cálculo de utilização da escala e ter uma idéia do número de tripulantes necessários para cada dia de operação.

## 2.2 Confecção da escala de tripulantes

A confecção da escala de tripulantes é realizada em uma base mensal e define quais chaves de vôos serão efetivamente atribuídas a cada tripulante. Cada chave de vôo tem uma composição (quantidade de tripulantes) pré-definida pela empresa aérea de acordo com o tipo de aeronave utilizada pelos seus vôos assim como a necessidade da empresa aérea em dar um bom atendimento. Um determinado tipo de aeronave pode ter uma regulamentação para operar com uma tripulação mínima de 2 (duas) comissárias de bordo, mas para dar uma instrução para uma outra comissária sem perder a qualidade e poder oferecer um maior conforto ao passageiro ela pode optar por operar com 3 (três) comissárias de bordo.

Nessa fase o planejador de escala deve informar todas as atividades que o tripulante deve realizar durante o período em questão. Essas atividades se dividem em três categorias: a primeira compreende as atividades auxiliares que o tripulante deve executar para manter um bom nível de serviço para a empresa aérea além de se manter atualizado. Como exemplo, pode se ter cursos de reciclagem (línguas estrangeiras, simuladores de vôos, etc), cursos de primeiros socorros, checagem do tripulante pelo órgão fiscalizador, etc. No segundo grupo encontram-se as atividades que correspondem às regulamentações trabalhistas como férias ou dispensa médica. A profissão de aeronauta requer 100% de suas condições físicas, um exemplo clássico e quando uma comissária de vôo fica grávida, onde ela deve, imediatamente, entrar em licença pelo INSS (órgão brasileiro de previdência social). Nesse grupo podem-se destacar também as folgas regulares e sociais, essas últimas são as folgas que compreendem 48 horas e deve ter 24 horas em um sábado ou um domingo. O terceiro e último grupo de atividades são aquelas atividades em que a tripulação faz um pedido ao planejamento para satisfazer seus desejos particulares, entre esses tipos de solicitações pode-se ter uma folga requerida no dia de um aniversário de um parente próximo (em algumas empresas o tripulante recebe uma folga no dia do seu próprio aniversário como gratificação), uma chave de vôo que tenha um pernoite em uma cidade interessante para o tripulante, ou qualquer outra atividade que o tripulante venha a solicitar ao departamento de planejamento de escala de tripulantes. Quando o tripulante tiver residência em uma cidade atendida pela empresa aérea e, em função da malha de vôos, houver um pernoite nessa cidade, é vantajoso para o planejamento alocar esses vôos a esse tripulante, economizando na hospedagem. Dependendo da



empresa aérea, esse grupo de atividades pode ou não existir, cabendo à empresa decidir quando é interessante satisfazer o seu funcionário.

Teoricamente essas atividades devem ser bloqueadas para cada tripulante antes de começar a atribuição das chaves de vôos, reservas e sobreavisos, mas as atividades requeridas pelos próprios tripulantes podem ser atribuídas conforme a disponibilidade de tempo na escala, isto é, se uma folga que foi solicitada por um tripulante em um determinado dia conflitar com um vôo que esteja sem tripulação, então o planejador de escala deve retirar o bloqueio da folga para poder atribuir o vôo.

Uma geração de escala pode ter diversas soluções onde todas as tarefas são atribuídas e selecionar a melhor escala gerada é complexo. Dois quesitos devem ser levados em consideração na escolha da melhor escala. O primeiro deles é o custo de uma escala, que pode ser medido através do valor das hospedagens, deslocamentos, diárias pagas aos tripulantes, etc. Quando o custo da escala é fixo, independentemente da distribuição das tarefas, pode-se considerar outro fator para uma distribuição a ficar mais cara do que outra: a garantia mínima de cada tripulante.

Todo tripulante tem uma garantia de recebimento mínimo, independentemente da quantidade de tarefas atribuídas a ele. Essa garantia mínima funciona como um piso salarial, uma vez que o tripulante recebe em função das horas de vôo ou quilometragem voada atribuída na escala mensal dele. Se uma determinada escala tem uma quantidade de vôos que, totalizados somam 300 horas de vôo, e existem seis tripulantes aptos a realizar esses vôos, se a garantia mínima para essa escala for de 40 horas, a melhor atribuição é quaisquer uma das que atribuir pelo menos 40 horas para cada tripulante. Nesse caso a empresa deverá pagar para essa escala 300 horas de vôo, mas se a escala não estiver balanceada e um determinado tripulante receber apenas 30 horas de vôo, então essa escala custará pelo menos dez horas a mais, já que a empresa deverá pagar essas dez horas para o tripulante sem que ele tenha voado. É claro que o tripulante não pode forçar o recebimento de uma garantia se ele tem boa parte dos dias bloqueados com outras atividades que não sejam vôos, nesse caso é feita uma média em função dos dias efetivamente trabalhados.

O segundo quesito que influencia na escolha da melhor escala é justamente o balanceamento de tarefas entre os tripulantes de modo que a diferença entre o tripulante que recebeu o maior salário e o tripulante que recebeu o menor salário seja

a menor possível. É fácil verificar que se esse segundo quesito for atendido, então estará também resolvido o primeiro, já que se tiver uma escala balanceada a quantidade de horas pagas em função da garantia, se houver, será a menor possível. Uma escala é considerada com um bom balanceamento se o desvio padrão entre as horas / quilometragem voada entre os tripulantes for de mais ou menos 5% (cinco por cento).

### 2.3 Situação Atual

No início desse trabalho, as empresas aéreas brasileiras confeccionavam as suas escalas de tripulantes manualmente pelos planejadores. Esse trabalho era realizado basicamente em duas fases. Na primeira fase, após uma análise aprofundada da malha de vôos proposta para operar no próximo período, os mesmos são agrupados em função dos seus horários de partida e chegada e de suas localidades de origem e destino de forma que um mesmo agrupamento gere uma chave de vôo.

Geralmente as rotas que cada aeronave deve realizar são definidas para que uma mesma tripulação realize todas as suas etapas, ou parte delas. Por exemplo, pode-se definir uma rota para uma aeronave onde as etapas realizadas na parte da manhã sejam realizadas por uma tripulação e as etapas da parte da tarde por outra. Com isso obtém-se automaticamente uma chave de vôo de boa qualidade, uma vez que a tripulação não perde tempo trocando de aeronave durante a sua jornada.

Na segunda fase, as chaves de vôos são associadas aos tripulantes de forma a equilibrar a quilometragem e as horas de vôos de cada um dos tripulantes. Esse trabalho tem seu início geralmente quinze dias antes do prazo final de divulgação dos resultados e não existe espaço de tempo para a montagem de cenários. A experiência dos planejadores é de extrema importância para uma escala de boa qualidade e com uma atribuição onde os reflexos nas alterações ocorridos no dia-a-dia sejam mínimos.

## 3 Revisão da literatura e algoritmos utilizados

A literatura tem apresentado diversos artigos e trabalhos relacionados aos problemas de empresas aéreas. Geralmente esses trabalhos tratam os problemas separadamente, ou seja, tem-se artigos relacionados à construção de chaves de vôo e artigos relacionados à atribuição das atividades aos tripulantes. Em alguns casos, como por exemplo, nos Estados Unidos, as regras citadas no capítulo anterior são mais simples e permitem que uma escala de trabalho seja planejada sem a necessidade da criação prévia das chaves de vôo.

Para cada fase apresentada na sessão anterior existem muitas abordagens para solucioná-las. Os trabalhos mais relevantes serão mencionados e apresentados nesse capítulo.

### 3.1 Geração de chaves de vôos

Dentre as soluções abordadas para resolver o problema de geração de chaves de vôos, uma das mais freqüentemente utilizada é o algoritmo de Rubin [23]. O algoritmo foi originalmente proposto para solucionar exatamente o problema de escala de tripulantes por Jerrold Rubin em um trabalho publicado pela IBM.

O objetivo do algoritmo é resolver um problema de particionamento, definido abaixo, onde as linhas (restrições) representavam os vôos e as colunas (variáveis) as chaves de vôo, portanto o resultado do problema seria a atribuição das chaves de vôo aos tripulantes que minimizam o custo total. Como as colunas representavam as chaves de vôo, era impossível representar todas as possibilidades, portanto o algoritmo foi desenvolvido para resolver a questão.

Para resolver o problema através do algoritmo de Rubin é necessário que se tenha uma solução inicial, que não precisa ser, necessariamente, de boa qualidade. Com base nessa premissa, a solução inicial pode ser fornecida pelo próprio usuário, onde ele pode combinar os vôos e montar as chaves da forma que melhor lhe convier e que tenha um esforço razoável. O algoritmo separa conjuntos dessa solução e os resolve achando a melhor solução para cada conjunto. É importante observar que um conjunto

da solução deve ser escolhido tendo em mente o tamanho máximo que a capacidade atual de processamento pode solucionar em tempo viável.

A formulação para a resolução de cada subproblema é a seguinte:

$$\min \sum_j c_j x_j \quad j=1,n \quad [3.1]$$

$$\sum_j e_{ij} x_j = 1 \quad i=1,m;j=1,n \quad [3.2]$$

$$H_k^L \leq \sum_j h_{kj} x_j \leq H_k^U \quad i=1,r;j=1,n \quad [3.3]$$

Obs.: Também podem ser acrescentadas restrições de base [3.3], que determinam quantas horas disponíveis existem em cada base em função do número de tripulantes.

Onde:

$x_j = 1$  se a chave de vôo fizer parte da solução, 0 caso contrário;

$c_j =$  custo de chave de vôo;

$e_{ij} = 1$  se o vôo  $i$  pertence à chave  $j$ , 0 caso contrário;

$h_{kj} =$  número de horas/vôo da chave  $j$ ;

$H_k^L =$  Número mínimo de horas para a base  $k$ ;

$H_k^U =$  Número máximo horas para a base  $k$ ;

$m =$  número de linhas (vôos);

$n =$  número de colunas (chaves de vôo);

$r =$  número de bases de tripulantes.

A equação [3.2] pode ser relaxada da seguinte forma:

$$\sum_j e_{ij} x_j \geq 1 \quad i=1,m;j=1,n \quad [3.2]$$

Essa relaxação significa que um vôo pode pertencer a mais de uma chave. Na prática quer dizer que mais de um tripulante será designado para o mesmo vôo, e deve-se escolher qual deles irá como tripulante extra, isto é, sem trabalhar (não esquecendo o

fato que ele recebe as mesmas horas/quilometragem do tripulante que está trabalhando).

Analisando a última restrição é fácil verificar que ela representa o balanceamento das chaves de vôos entre as bases de tripulantes. Pode ser definido um limite inferior e um limite superior para a quantidade de chaves de vôo para cada base em função do número de tripulantes, lembrando que essa restrição se faz necessária, pois não se sabe antes de resolver o problema, para qual base o vôo será alocado.

Cada chave de vôo é representada por uma variável  $x_j$ , binária, que assume o valor 1 se a chave será utilizada na solução final e 0 caso contrário. Associada a cada variável  $x_j$  existe um custo  $c_j$ , esse custo depende da política de cada empresa no que diz respeito às preferências de construção de cada chave, por exemplo, se existir preferência por chaves de vôo menores que beneficiem os tripulantes por ficarem menos tempo fora de sua base, então as chaves de vôos com menos dias terão um custo menor. Pode-se também determinar o custo de uma chave em função da composição dos seus vôos ou da quantidade de vôos realizados em uma jornada.

Cada variável  $x_j$  representa uma combinação de vôos arrumados de forma que o primeiro vôo saia da base do tripulante que receberá essa chave de vôo e o último vôo chegue na mesma base. Uma forma alternativa de tratar o problema de não haver vôo para que o tripulante possa sair ou chegar de uma base é assumir que ele possa pegar vôos de outros tipos de aeronaves da empresa ou até mesmo ser transportado como passageiro em outra empresa aérea, lembrando que o custo para realizar esse tipo de chave é maior do que se ele estivesse trabalhando. Quando o tripulante realiza um vôo em que ele não trabalha dizemos que ele está realizando o vôo como tripulante extra ou *deadhead* (improdutivo).

Outra questão que deve ser levantada em conta será com relação ao custo de uma chave de vôo diz respeito à quantidade de vôos em uma jornada. De acordo com o sindicato de aeronautas, o tripulante tem uma garantia de recebimento, ou seja, a partir do momento que ele realiza uma jornada, ele deve receber um mínimo garantido mesmo que não tenha trabalhado. Isso serve para evitar que o tripulante tenha que ser deslocado para o trabalho para realizar um vôo de curta duração, pois não seria vantajoso para ele. A garantia mínima pode ser tratada na jornada, na chave de vôo ou nas duas, dependendo da regra estabelecida.

O modelo matemático utilizado para resolver o problema é notório na programação linear e é chamado de recobrimento (*set-covering*). Pode ser utilizado também o modelo do particionamento (*set-partition*), mas esse é de resolução mais difícil. Nesse modelo existe uma restrição para cada voo e a chave de voo “participa” da restrição se ela contiver o voo.

Para resolver esse problema é necessário construir todas as possíveis chaves de voo a partir dos voos existentes, mas a combinação de todos os voos gera uma quantidade muito grande de chaves de voo e, conseqüentemente o tempo que leva para resolver o problema se torna impraticável.

Através desse método, e realizando ele diversas vezes, a solução total tende a ser melhorada gradativamente e se tiver um tempo suficientemente grande ela se aproxima da solução ótima.

Outra solução para o mesmo problema foi proposta em [20] e sugere a geração de um conjunto  $P_0$ , não muito grande, de chaves de voos. A esse conjunto é adicionado um novo conjunto  $P_1$  gerado através da meta-heurística GRASP, e a esse novo conjunto de chaves de voos, é solucionado com um modelo matemático de recobrimento, onde as chaves de voo representam as variáveis ou colunas da matriz e os voos as restrições ou linhas. Apenas a solução linear desse problema é resolvida e os seus duais são utilizados para verificar quais as colunas possuem um custo reduzido inferior a um determinado valor  $c_{m\acute{a}x}$ , gerando um novo conjunto  $P_2$ . A relaxação linear do problema definido por  $P_2$  não pode ter um valor superior ao valor da relaxação linear do problema definido por  $P_1$  e o processo é repetido, calculando-se os custos reduzidos em cada etapa até que não haja mais colunas com custo reduzido negativo. Essa é a relaxação linear do problema, ou seja, um limite inferior. A resolução desse problema depende da capacidade do otimizador utilizado e, se a matriz for muito grande, o problema é reduzido controlando-se o valor de  $c_{m\acute{a}x}$ .

### 3.2 Geração de escala de tripulantes

Entre 1986 e 1999 a Air New Zealand, uma empresa aérea da Nova Zelândia em conjunto com a Universidade de Auckland desenvolveu um projeto de otimização, envolvendo pesquisadores e funcionários, que consiste em oito aplicações baseadas

em pesquisa operacional para resolver todos os problemas relativos ao planejamento de escala de tripulantes [5]. O projeto envolve todas as etapas do planejamento de escala de tripulantes desde a construção das chaves de vôo até a sua alocação aos tripulantes e é dividido em oito aplicações: geração de chaves de vôo para tripulação técnica nacional, tripulação técnica internacional, comissário de bordo nacional, comissário de bordo internacional e geração de escala para tripulação técnica nacional, tripulação técnica internacional, comissário de bordo nacional e comissário de bordo internacional.

A regulamentação para os tripulantes varia de acordo com o país, mas ela mantém critérios parecidos como, por exemplo, o tempo máximo de jornada, o tempo máximo de horas de vôo ou a quantidade de folgas. A regulamentação americana é bem flexível, e permite que a jornada do tripulante tenha uma grande variação, contanto que o repouso após a jornada também tenha seu tempo aumentado. Um exemplo dessa flexibilização está no fato de não ser necessária uma atribuição de folga a cada período de seis dias, apenas existe uma quantidade mínima que deve ser respeitada. Isso permite que sejam atribuídos vôos para um tripulante durante um período mais longo sem que aja a necessidade de retorná-lo a sua base de origem.

A escala de vôos nacional é dividida por tipos de tripulação (comissários de bordo, aeromoças, comandante e primeiro oficial), aeronaves e base de tripulante, onde a maior base é a de Auckland com 50 comandantes. Apesar de ser uma escala com reduzido número de tripulantes a quantidade de combinações torna o problema impossível de ser resolvido exatamente. A escala é gerada para um período de 14 dias e em cada dia existem 25 atividades diferentes para um tripulante, então o total de possíveis escalas é de  $25^{14}$ , e mesmo considerando que muitas dessas combinações são inviáveis, ainda assim tem-se um problema de tamanho proibitivo.

A construção da escala é realizada em duas fases, na primeira fase as cinco folgas necessárias são atribuídas aos tripulantes respeitando a necessidade diária de cada uma das bases e as tarefas pré-alocadas a cada tripulante. O objetivo nessa fase é atender todas as restrições e em seguida permitir que as folgas sejam distribuídas da forma que os tripulantes preferem, ou seja, o máximo de folgas consecutivas. Se uma escala tem dois pares de folgas mais uma folga ela é melhor do que uma escala que contém um par de folgas mais três folgas alternadas.

Em termos matemáticos essa fase do problema é resolvida gerando todas as possibilidades de cinco folgas nos quatorze dias de escala, utilizando o modelo de particionamento para se obter as escala de todos os tripulantes com suas respectivas folgas e os espaços a serem preenchidos com as chaves de vôo.

A segunda fase do problema também é resolvida através de particionamento, mas será utilizado um método onde o problema é resolvido em períodos de seis dias no máximo.

Restringindo o problema em períodos de seis dias leva a subproblemas com 300 restrições e 100.000 variáveis, o que é razoável para resolução com otimizadores e máquinas atuais. Se o subproblema é viável, então os dias são confirmados e o próximo período é resolvido. Se o subproblema é inviável ele retorna o período em um dia, retirando a sua confirmação e tenta resolver o novo período formado, conforme ilustra a figura abaixo:

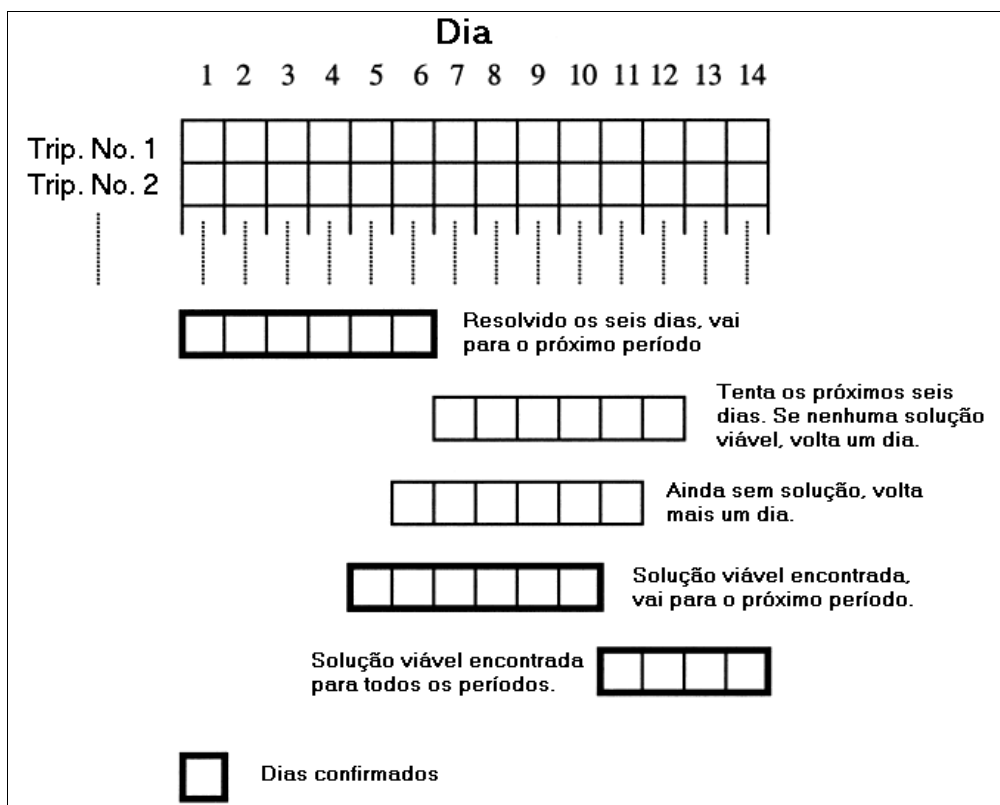


FIGURA 3.1: Construção de escala de tripulantes



O processo continua até que todos os dias do período estejam confirmados ou a escala é inviável. Nesse caso o planejador deverá intervir para cancelar algumas requisições de alguns tripulantes até que uma escala viável seja possível de ser gerada.

## 4 Algoritmo de resolução de escala de tripulantes

O algoritmo proposto para a resolução de escala de tripulantes desenvolve um ambiente computacional que utiliza meta-heurísticas com bom desempenho para problemas como o tratado nesse trabalho. Alguns modelos matemáticos para resolução de problemas específicos, dentro do ambiente computacional, também são apresentados para resolução de instâncias com escala menor.

Para a resolução dos modelos matemáticos, foi utilizado o otimizador da GNU (uma fundação de apoio ao *software* livre), chamado GLPK (GNU Linear Programming Kit). Apesar de ser um otimizador gratuito e desenvolvido pela comunidade de pesquisadores e programadores, o GLPK não tem limitações explícitas com relação ao número de variáveis, mas, devido ao seu caráter acadêmico, ele dificilmente resolve problemas com mais de uma dezena de milhar de variáveis, além de ser pouco parametrizável.

Um exemplo da falta de parametrização está no fato de não haver nenhum parâmetro onde se possa determinar a parada do processamento ao atingir a primeira solução viável do problema. Para resolver, foi necessário alterar o código original, estabelecendo um critério de parada e atendendo a essa especificação: uma nova rotina foi programada para incluir um critério de parada na primeira iteração onde o otimizador conseguisse uma solução viável, mesmo que sub-ótima.

### 4.1 Características da escala de tripulantes

O planejamento da escala de tripulantes envolve diversos setores de uma empresa aérea e deve ser iniciado com um tempo suficiente para que todas as informações sejam coletadas e os vôos mais recentemente planejados possam ser utilizados, minimizando assim o impacto das mudanças em uma fase posterior, geralmente denominada de “fase de execução da escala”. Uma das situações que podem ocorrer, em uma empresa aérea, é a aprovação de um vôo, pelo órgão regulador, depois que todo o planejamento já está pronto, fazendo com que seja necessário reorganizar a escala dos tripulantes para permitir que esse vôo seja operado.

A escala de tripulantes é realizada, geralmente, em uma base mensal, e deve começar a ser planejada quinze dias antes do início de sua execução, além de ser divulgada obrigatoriamente 48 horas antes. Os tripulantes que devem ter férias são excluídos da escala naquele período, os treinamentos são agendados, as folgas tendem a ser priorizadas para aqueles que a desejam em um dia específico, obedecendo ao tempo de trabalho na empresa (senioridade) de cada um, além de todas as atividades que devem ser previamente alocadas para os tripulantes são definidas nessa fase.

Com base nessas informações o planejador deve montar uma escala com os vôos que serão realizados no próximo período, os tripulantes disponíveis e os bloqueios de cada tripulante (cursos, treinamentos, reuniões, etc), incluindo também nesses bloqueios as tarefas que já foram definidas para o período anterior e ultrapassam o fim do mês, ou seja, a transição de escala.

As soluções encontradas na literatura e em aplicações comerciais dividem o problema de planejamento de linhas aéreas e resolvem cada uma das etapas separadamente. Alguns artigos abordam o tema de forma conjunta agrupando o problema de alocação de frotas com o de rotação de aeronaves.

A abordagem utilizada nesse trabalho parte do princípio que a entrada de informações de um planejamento de escala é a malha de vôos definidos para o próximo período, os tipos de aeronaves, a quantidade de cada um dos tipos de aeronave que a empresa possui, as bases dos tripulantes, isto é, de onde os tripulantes devem iniciar a chave de vôo e onde eles devem ter as suas folgas e, finalmente, o quadro de tripulantes disponível para operar os vôos.

Com base nessas informações o sistema deve decidir quais serão as seqüências de vôos que cada tripulante irá operar e em quais dias, além de informar os dias escolhidos para as atividades de folga, sobreaviso, reserva, cursos, treinamentos, etc.

Quando o problema é dividido em partes e cada uma dessas partes tem uma função a atingir (função-objetivo), o modelo matemático consegue gerar uma solução muito boa para aquele problema específico. Entretanto, com a junção de todos os problemas, não consegue criar soluções boas para o problema geral, pois em cada partição do problema tem-se uma perda.

O algoritmo heurístico permite que se solucione o problema geral levando-se em consideração todas as restrições de todos os problemas individuais. Isso permite que a perda entre cada uma das fases seja minimizada.

Alguém pode pensar que se for feita uma avaliação criteriosa da transferência de informação entre um problema e outro poderia se diminuir a perda. Isso é verdade, mas independentemente de quanto se aprofunde na análise sempre haverá uma perda, além de existir também, o fato de que um critério que deveria ser usado em um problema particular não poder ser aplicado, pois ele é pertinente a outro problema.

Por exemplo, a troca de aeronave pela tripulação é um fator crítico no problema de geração de chaves de vôo e deve ser evitado ao máximo por questões de conforto para a tripulação e até mesmo por questões de segurança. O ideal é, ao realizar um planejamento de uma escala, permitir que o mesmo tripulante permaneça o máximo de tempo em uma única aeronave, pois o tripulante técnico que opera a aeronave pode ter uma sensibilidade maior e detectar um problema antecipadamente. Já no problema de criação das rotas de cada aeronave não existe a possibilidade de verificar se a chave de vôo que ainda será criada está respeitando a continuidade na mesma aeronave.

## 4.2 Visão geral do algoritmo

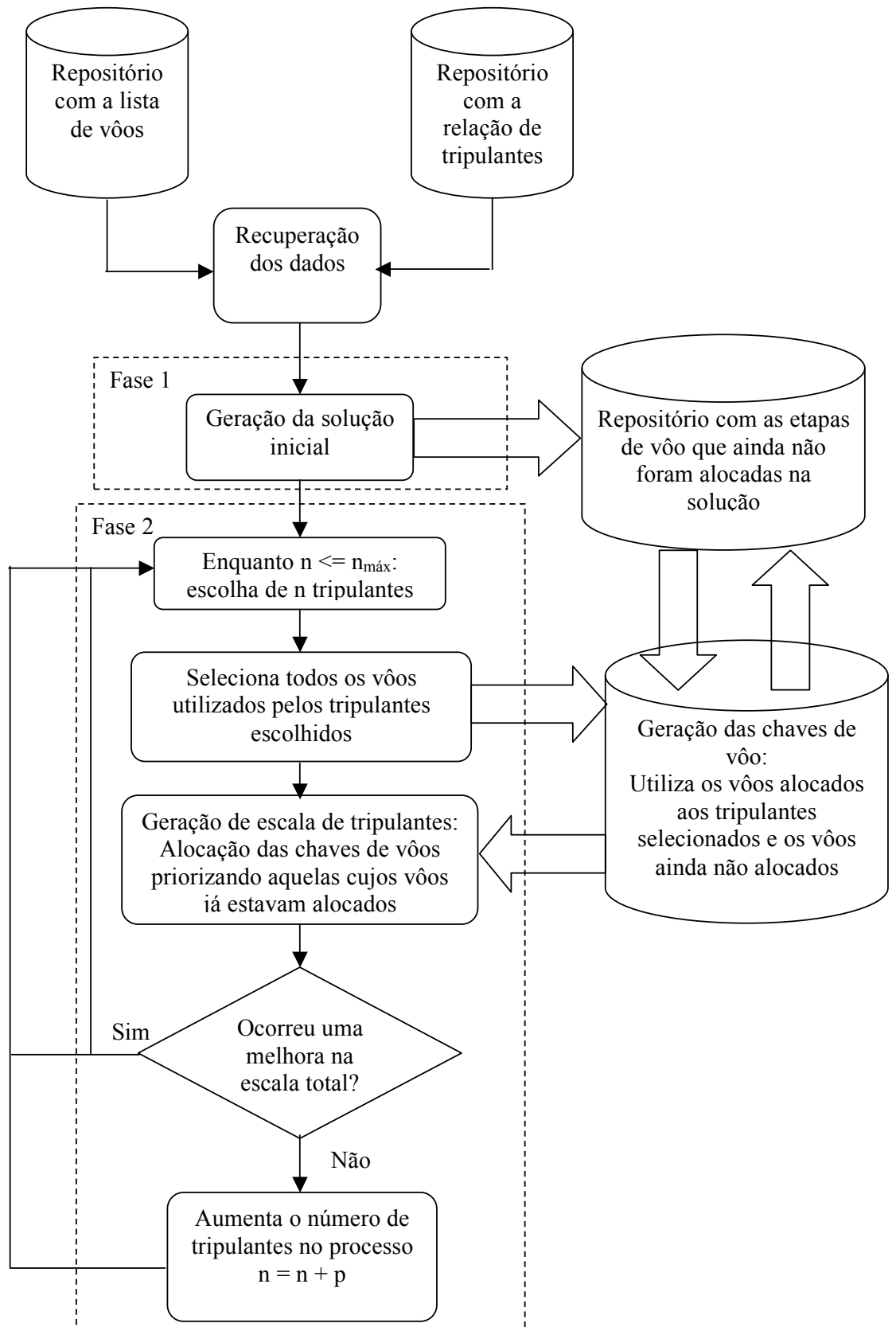
O algoritmo utilizado funciona como uma “caixa-preta” para o planejador de escala. O algoritmo é dividido em duas fases distintas. A primeira fase constrói uma solução inicial viável, mas não necessariamente com todos os vôos atribuídos, e resulta em uma escala onde todos os tripulantes são analisados e são associados a chaves de vôos. Devido a sua característica simplória, essa primeira fase do algoritmo nem sempre consegue atribuir todos os vôos do problema, resultando assim em vôos excedentes sem atribuição.

A segunda fase é responsável por melhorar a escala de tripulantes em cada iteração, tentando, inclusive, atribuir os vôos que não foram alocados na primeira fase, permitindo também que em qualquer iteração se tenha uma escala viável.

A partir de uma solução inicial, onde os vôos já estão definidos e alocados a uma aeronave e com sua respectiva tripulação, a segunda fase do algoritmo deve fazer melhoramentos progressivos até que o tempo definido pelo usuário tenha se esgotado. O fator crucial para o bom funcionamento e viabilidade do algoritmo é que a qualquer momento a escala disponível possa ser utilizada pela empresa aérea. Isso é importante, pois o planejador pode definir o melhor tempo para a solução, ou seja, o tempo que ele tem disponível para gerar uma escala e analisá-la. Se entre uma iteração e outra o algoritmo não retornasse uma escala viável, seria necessário um trabalho adicional por parte do planejador, para que essa escala seja utilizada. Esse trabalho adicional é comum em sistemas comerciais que geram escalas de tripulantes automatizadas, mas não será o caso nesse trabalho.

O algoritmo dará como resultado as tarefas que o tripulante deve realizar no período, assim como os seus períodos de folga em uma distribuição mais próxima possível da igualdade entre as quilometragens e horas de vôo.

O fluxograma a seguir mostra uma visão geral de como o algoritmo é definido, com os repositórios utilizados e os processos envolvidos.



#### 4.2.1 Dados de Entrada

Existem dois repositórios iniciais importantes a considerar. O primeiro deles guarda as informações dos vôos que serão utilizados no processo. Na realidade esse repositório deve armazenar as informações de trechos de vôo, pois o tripulante pode operar apenas uma parte do vôo, conforme a sua disponibilidade. As informações contidas são: a origem e o destino das etapas, hora de partida e hora de chegada, tipo de aeronave utilizado, demanda média nas últimas operações, caso deseje priorizar a alocação de etapas com um bom histórico de demanda e não cancelá-las e outras informações necessárias para a geração da escala.

O outro repositório é aquele que guarda as informações dos tripulantes, como capacitação profissional, para saber se ele pode ou não operar determinado tipo de aeronave, dias nos quais o tripulante deseja receber uma folga, vôos que o tripulante deseja operar, número de horas acumuladas no trimestre e no ano para que a escala atual não exceda o máximo permitido pela regulamentação, períodos de inatividade, etc.

Os dois repositórios descritos servem como entrada de dados e devem ser informados pelo planejador antes de iniciar o processo.

As informações de entrada do algoritmo são:

- Etapas de Vôo (número do vôo, etapa, origem e destino, horários de partida e chegada e equipamento utilizado);
- Tripulantes (relação dos tripulantes disponíveis, períodos indisponíveis para a escala, dias em outras atividades previamente definidas, pedidos de folga, equipamento habilitado, etc)

Os dados de vôos e tripulantes são verificados diretamente da base de dados e devem ser filtrados para um período especificado, geralmente de um mês. Também é possível realizar consultas para períodos diferentes, apenas verificando que as regras mensais devem ser ponderadas. Por exemplo, se o algoritmo for utilizado para geração de uma escala de tripulantes de 15 dias então é fácil verificar que o número de dias de folga a ser atribuídos será a metade do necessário originalmente.

### 4.3 Fase 1: Solução inicial

Existem várias formas de se obter uma solução inicial para esse tipo de problema. A solução adotada para esse algoritmo foi a construção de um algoritmo baseado em uma heurística gulosa (*greedy*). Esse procedimento permite que o algoritmo possa ser aplicado a qualquer entrada de dados, grande ou pequeno, pois o número de etapas de vôo e os tripulantes têm influência linear sobre o tempo de solução.

Para cada tripulante selecionado é verificado o momento exato a partir do qual ele pode receber um novo vôo e de qual localidade ele deve partir, para saber, em função dos vôos disponíveis, aquele que pode ser atribuído ao tripulante. Quando as atribuições de vôos do tripulante chegam ao final do período, o processo pára e passa para o tripulante seguinte. Esse procedimento é repetido até que todos os tripulantes envolvidos no problema tenham sido selecionados.

É fácil verificar que o tempo de solução desse tipo de algoritmo é linear, e varia apenas em função da quantidade de tripulantes envolvidos.

A seguir é demonstrado o código estruturado do algoritmo para a construção de uma solução inicial que será utilizada no início do algoritmo de geração de escalas para os tripulantes.

Para cada tripulante faça

    Prepara uma listagem com os vôos ainda não atribuídos

    Ordena os vôos pelo horário de partida

    Enquanto não chegou no final do período definido

        Monta uma lista com os vôos que podem ser atribuídos

        Seleciona o próximo vôo ao qual o tripulante pode ser atribuído

        Verifica se a atribuição desse vôo acrescenta um dia antes ou após

        Atribuir uma folga ao tripulante se for necessário

    Fim enquanto

Fim para

#### 4.3.1 Função gulosa



Para cada tripulante selecionado deve-se criar uma lista de todas as possíveis etapas de vôo que podem ser atribuídas a ele. Essa lista leva em consideração o aeroporto no qual o tripulante está situado e a hora em que o mesmo está disponível para assumir tarefas. Seleciona-se a primeira etapa da lista.

É fácil observar que, em função de sua característica gulosa, essa lista é virtual, pois a primeira etapa disponível já indica uma solução e não existe a necessidade de criar a lista completa.

#### 4.3.2 Dias extras

Após uma solução inicial gerada, pode-se distinguir as jornadas de trabalho, que são compostas pelos vôos ou atividades que um tripulante deve realizar em um dia de trabalho e as chaves de vôo, que são compostas por uma ou mais jornadas de tal modo que o tripulante inicie e termine suas programações na sua base. Na solução inicial é factível a atribuição de dias antes do início das programações ou depois do seu término se os mesmos não tiverem como saída ou chegada, a base de trabalho do tripulante como será demonstrado a seguir.

O impacto de haver poucas bases de tripulantes e a maioria dos vôos partir e chegar de localidades que não são bases de tripulantes é minimizado pela criação do seguinte artifício: ao escolher um vôo para o tripulante, quatro situações distintas podem ocorrer em relação à construção de sua jornada de trabalho.

- 1) Chaves de vôo que iniciam e terminam em uma base de tripulantes:

São automaticamente consideradas chaves de vôo, e correspondem às chaves mais econômicas para uma empresa aérea, pois não necessitam pagar hospedagem para o tripulante pernoitar em uma cidade diferente da sua base, essas chaves são comumente chamadas de chaves de bate-e-volta.

- 2) Chaves de vôo que iniciam em uma base e terminam em uma cidade que não é a base:

Deve-se acrescentar um dia completo ao seu término, assim o tripulante pode voltar a sua base de origem.

- 3) Chaves de vôo que iniciam em uma cidade que não é base e terminam em uma base:

Deve-se acrescentar um dia completo antes do seu início. Nesse caso o algoritmo deve verificar, antes de atribuir o voo, se existe um dia completo entre a última programação do tripulante e o início do voo.

4) Chaves de voo que não iniciam nem terminam em uma base:

Devem ser acrescidas de um dia completo no início e outro no seu término. Esses dias extras são artifícios para facilitar a resolução do problema e tendem a ser eliminados com o desenvolvimento de soluções melhores.

Ao criar uma jornada, nem sempre é possível fazê-lo saindo de uma base e chegando na mesma base, utilizando apenas voos da empresa aérea selecionados para o problema. Conseqüentemente, o planejador deve pesquisar em outras companhias aéreas, voos que tragam o tripulante de volta para a sua base para completar a chave de voo.

A relação de voos que existem nas outras empresas nem sempre está disponível, além de ser muito extensa para ser agregada ao problema e considerada para a solução. A idéia é permitir que as chaves de voo que não iniciam nem terminam em uma base tenham um dia inteiro antes do início das atividades ou depois do seu término para dar uma margem suficiente ao planejador de escolher um voo com o qual o tripulante possa sair ou voltar para a sua base.

O custo de uma chave de voo é calculado pela relação entre o tempo realmente voado pelo tripulante e o tempo total da chave, além dos custos de pernoite, se houver. Por exemplo, se o início da chave é às 09:00h de um determinado dia e o seu término às 17:00h do mesmo dia e o tripulante realizou três etapas de voo totalizando 240 minutos voados, então o custo dessa chave é de:

$$\text{Custo} = (17:00 - 09:00) - 240 = 8 \text{ horas} * 60 \text{ minutos} - 240 = 480 - 240 = 240$$

Obs.: Ao final de cada conjunto de atividades o tripulante ainda tem direito a um tempo de repouso. Esse valor não está sendo considerado nesse exemplo por simplificação.

É fácil observar que se a chave não termina na sua base, então o seu custo é acrescido de 1440 minutos (um dia completo) e passa a ser de  $240 + 1440 = 1680$ . Pode-se ainda acrescentar um custo extra somente pelo fato da chave de voo exigir um

deslocamento adicional, isto é, ela não estar “fechada”, forçando o otimizador a evitar a sua utilização.

Como exemplo, a tabela abaixo mostra uma relação com algumas etapas de vôo para mostrar algumas jornadas que podem ser criadas com seus respectivos custos supondo que a base de tripulantes seja o Rio de Janeiro (SDU) e o dia de planejamento segunda-feira.

Vôo	Etapa	Partida	Chegada	Origem	Destino
1000	1	06:05	06:30	GRU	SJK
1000	2	06:40	07:27	SJK	SDU
1001	1	08:02	08:40	SDU	MEA
1001	2	08:55	09:20	MEA	CAW
1001	3	11:20	11:45	CAW	MEA
1001	4	12:00	12:41	MEA	SDU

TABELA 4.1: Vôos planejados

#### JORNADA 1:

1000/1 GRU SJK – tempo de vôo: 25 minutos

1000/2 SJK SDU – tempo de vôo: 47 minutos

Início da jornada = 06:05 de segunda-feira

Término da jornada = 07:27 de segunda-feira

Início da chave de vôo = 06:05 do domingo

Término da chave de vôo = 19:27 de segunda-feira (foram acrescentadas 12 horas referentes ao repouso)

Custo =  $2242 - (25 + 47) = 2170$

#### JORNADA 2:

1001/1 SDU MEA – tempo de vôo: 38 minutos

1001/2 MEA CAW – tempo de vôo: 25 minutos

1001/3 CAW MEA – tempo de vôo: 25 minutos

1001/4 MEA SDU – tempo de vôo: 41 minutos

Início da jornada = 08:02 de segunda-feira

Término da jornada = 12:41 de segunda-feira

Início da chave de vôo = 08:02 de segunda-feira

Término da chave de vôo = 00:41 de terça-feira (foram acrescentadas 12 horas referentes ao repouso)

Custo =  $999 - (38 + 25 + 25 + 41) = 870$

A primeira jornada foi convertida em uma chave com um dia antes do seu início para que o tripulante tenha tempo hábil para se deslocar de SDU para GRU, mas é fácil observar nesse caso que possui uma conexão entre as duas cidades com periodicidade alta, mesmo que essa chave seja selecionada para compor a solução final, esse dia anterior não será utilizado, pois existem inúmeros vôos do Rio de Janeiro para São Paulo e o tripulante pode pegar qualquer um desses vôos para iniciar a chave e terminá-la ainda no mesmo dia, reduzindo o custo operacional dessa escala.

Para a solução inicial pode-se admitir que alguns vôos não tenham tripulantes e no decorrer do processo de otimização esses vôos serão atribuídos, sendo que a solução final deve ter todos os vôos com suas respectivas tripulações completas (tripulação técnica e comissários).

No final do processo todos os vôos estarão em chaves de vôo e, se a empresa aérea possuir mais de uma base de tripulantes, também deve ser informada a quantidade de vôos ou a distribuição de horas que cada base deve ter. No início de construção de cada chave existirá uma variável aleatória à qual, em função da distribuição de cada base, será aplicado um peso, e a variável aleatória irá determinar qual será a base da chave.

A escala inicial, teoricamente pode ser utilizada pela empresa aérea, mas a sua característica faz com que a solução tenda a ser de péssima qualidade. Em função disso, o próximo passo será o melhoramento das escalas dos tripulantes utilizando as chaves de vôo já atribuídas aos tripulantes. Nessa etapa, podem ser utilizadas as chaves de vôos elaboradas pelos escaladores, pois na prática a experiência deles é muito importante para uma resolução de boa qualidade. Essa próxima etapa será denominada refinamento de escala.

#### 4.4 Fase 2: Refinamento da escala gerada

Nessa fase inicia-se o ciclo principal do algoritmo. Apesar de ter-se uma solução inicial, é muito pouco provável que ela sirva para ser colocada em prática, ou seja, publicada para os órgãos oficiais e para os tripulantes, pois, além do fato de ser uma solução de altíssimo custo, tem uma péssima distribuição de quilometragem e horas de vôos entre os tripulantes, e ainda devem existir vôos que não foram alocados aos tripulantes. Por isso essa etapa é extremamente necessária para melhorar a escala de tripulantes da empresa aérea.

O refinamento da escala de tripulantes consiste em selecionar, através de um critério pré-estabelecido, uma quantidade de tripulantes dentre o conjunto total de tripulantes do problema e através de sucessivas iterações, melhorar gradativamente cada subconjunto, melhorando assim o problema geral. Essa idéia utiliza conceitos baseados no algoritmo de Rubin. A quantidade de tripulantes, representada por  $n$  no código abaixo deve ser tal que não implique em perda de desempenho no processo de conclusão do algoritmo.

O código estruturado a seguir mostrar o algoritmo de refinamento de escala de tripulantes.

Define tempo de refinamento

Enquanto tempo transcorrido < tempo de refinamento

- Seleciona  $n$  tripulantes
- Separa os vôos associados a esses tripulantes
- Combina esses vôos e monta um conjunto de chaves de vôo
- Através do modelo matemático seleciona as melhores chaves de vôo
- Atribui essas chaves de vôo aos tripulantes diminuindo a diferença de quilometragem e horas de vôo entre eles

Fim enquanto

##### 4.4.1 Processo de refinamento: escolha dos tripulantes.

A metodologia utilizada para a geração de uma escala de tripulantes consiste, através de um modelo matemático, em representar as atribuições de chaves de vôo aos tripulantes como variáveis binárias e aplicar esse modelo a um otimizador para obter o melhor resultado. Em função das limitações dos otimizadores e da complexidade do modelo não é possível realizar essa tarefa para todos os tripulantes do problema.

A seleção de alguns tripulantes do problema resolve o problema da quantidade de variáveis criadas e permite que o otimizador resolva as instâncias menores do problema. O refinamento da escala gerada consiste em, gradativamente, melhorar a alocação das chaves de vôos aos tripulantes, de forma que a quilometragem e horas de vôo atribuídas a cada um deles se aproximem cada vez mais da média geral, diminuindo assim o desvio-padrão geral.

Para evitar que algum tripulante não seja contemplado pelo algoritmo de refinamento, na primeira vez que essa etapa é executada, apenas um tripulante por vez é escolhido, até que todos os tripulantes sejam selecionados no processo. Após a seleção de todos os tripulantes, um de cada vez, o processo passa a selecionar alternadamente os tripulantes aleatoriamente ou através de um critério pré-estabelecido, que pode ser a quantidade de horas voadas atualmente ou a contagem de quantas vezes um determinado tripulante foi selecionado. Se o tripulante foi selecionado em poucas iterações, então é mais provável que ele seja candidato na próxima.

A experiência mostra que a convergência para uma solução final de boa qualidade é muito mais rápida, e se o usuário não dispuser de muito tempo ele pode ter, em muito pouco tempo, uma solução factível para ser publicada.

#### 4.4.2 Melhoria das chaves alocadas

Os tripulantes selecionados que participarão do processo possuem chaves de vôo associadas e não são necessariamente as melhores. Esta etapa separa os vôos que estão alocados às chaves dos tripulantes e, juntando com os vôos que não estão sendo utilizados, gera um conjunto de chaves de vôo, tentando melhorá-las o máximo possível. A melhoria está condicionada, inclusive, à atribuição dos vôos que não estavam alocados, diminuindo a sua quantidade e tentando fazer com que, no final do processo, não haja mais vôos sem alocação.

Utilizando-se o subconjunto dos tripulantes selecionados na etapa anterior do problema total, separam-se todas as etapas de vôos alocados a eles e, de acordo com o algoritmo abaixo, gera um novo conjunto de chaves de vôo. O número máximo de vôos e chaves de vôos depende do poder de processamento e na capacidade de memória disponível para o otimizador realizar o processamento.

No artigo escrito por Rubin, que já não corresponde à realidade do poder de processamento que se tem hoje em dia, está definido um número de vôos padrão por iteração. O código estruturado do algoritmo está representado abaixo:

Separa as etapas associadas aos tripulantes selecionados
Cria uma lista com as etapas anteriores e as etapas ainda não associadas
Combina as etapas para formar as possíveis chaves de vôo
Através do modelo matemático de recobrimento, seleciona as chaves de vôo com menor custo e que atendam todas as etapas
Aceita a nova solução se esta for melhor que a anterior

Com a utilização do modelo de recobrimento existe a possibilidade de algumas etapas de vôo estarem em mais de uma chave de vôo, portanto esses vôos alocados como extras acontecem porque, na prática, ocorre a atribuição de mais de uma chave para cada vôo, ou seja, o mesmo vôo aparece em duas chaves distintas e isso implica em ter mais um tripulante operando o mesmo vôo. Isso não chega a ser um problema muito grande, pois basta escolher um desses tripulantes e atribuir a ele a função de passageiro naquele vôo além de ser uma ocorrência rara, pois o algoritmo está condicionado a minimizá-la.

Nesse caso o tripulante seria alocado ao vôo como extra não representando um ônus adicional, uma vez que o vôo é da própria empresa. Em função da complexidade em resolver o problema do recobrimento ser muito menor, o procedimento é justificado.

A viabilidade dessa etapa ainda será analisada, pois as chaves de vôo que existem antes de rodar esse algoritmo estão perfeitamente atribuídas aos tripulantes com os seus bloqueios e tarefas pré-definidas. As chaves de vôo que são geradas podem

possuir os seus horários de início e término alterados, mesmo mantendo os vôos inalterados, o que pode torna-las inviáveis para os tripulantes da iteração corrente. Devido ao fato das novas chaves de vôo não serem atribuíveis, uma das soluções para esse problema será colocar no repositório de chaves de vôo, além das chaves ótimas geradas, as que já estavam atribuídas inicialmente aos tripulantes.

Os dados de entrada do problema são  $V = \{v_i, i=1, 2, \dots, v\}$  o conjunto de etapas de vôos e  $B = \{b_j, j=1, 2, \dots, m\}$  o conjunto de bases de tripulantes do problema.

Cada etapa  $t_i$  possui os seguintes atributos:

- $o_i$  = aeroporto e cidade de origem da etapa;
- $d_i$  = aeroporto e cidade de destino da etapa;
- $to_i$  = início, em minutos, da etapa desde o início do período;
- $td_i$  = término, em minutos, da etapa desde o início do período;
- $l_i$  = distância entre as localidades da etapa.

Os atributos da etapa são suficientes para calcular o tempo de vôo, as conexões entre as cidades e a seqüência de chegada e partida de etapas subseqüentes.

#### 4.4.2.1 Geração das jornadas

A jornada é uma seqüência de etapas,  $s_k$ , tais que a cidade de início de uma etapa deve ser igual à cidade de destino da etapa anterior, o horário de início de uma etapa seja maior que o de término da anterior, e um conjunto de restrições seja satisfeito.

Para efeito desse trabalho, foi considerado que as tripulações são do tipo simples e, portanto, as restrições são:

- Tempo máximo de jornada de 11 horas;
- Tempo máximo de vôo de 9h 30min;
- Número máximo de pousos de 5 por jornada.

Algoritmo de geração das jornadas:



Todos os trechos do problema são colocados em uma lista, ordenados por horário de início da etapa, e faz-se a enumeração completa de todas as jornadas possíveis, do seguinte modo:

Enquanto houver etapas de vôo ou seis pousos

- Se existir alguma etapa que encaixe com a etapa anterior
  - Incluí a etapa em uma lista de etapas
  - Cria uma nova jornada com as etapas existentes na lista
  - Verifica se a jornada necessita dia extra
- Senão
  - Limpa a lista de etapas
- Fim Se

Fim Enquanto

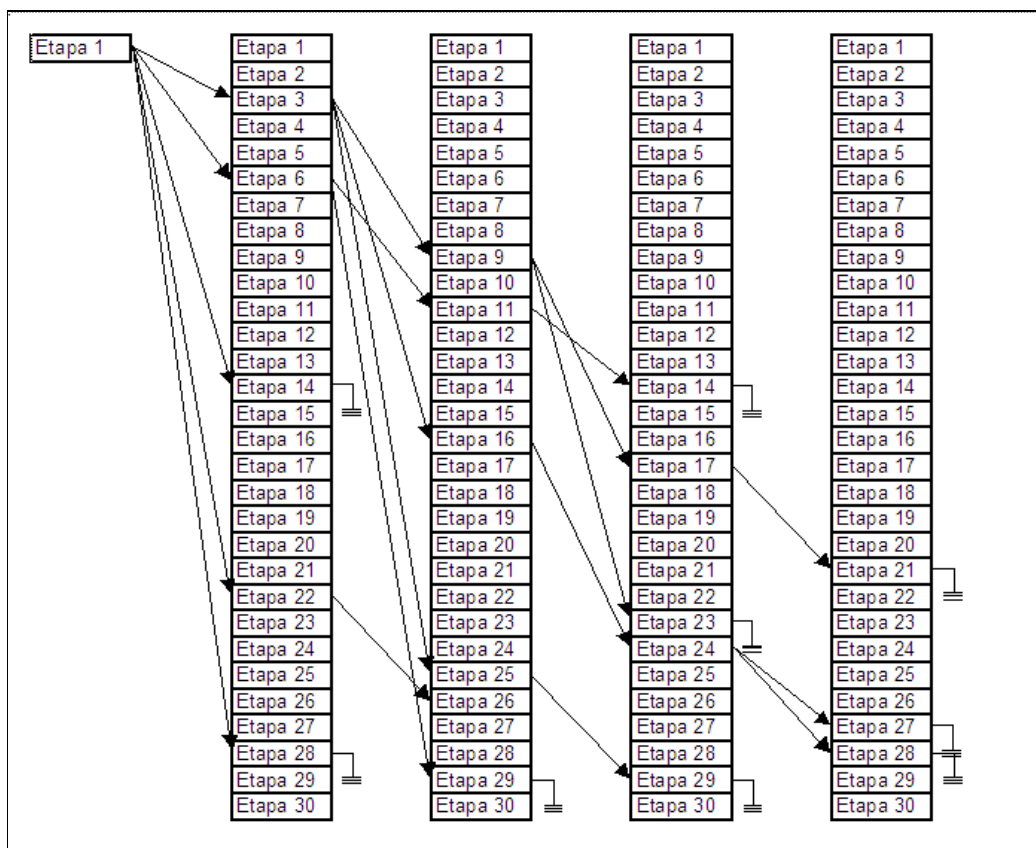


FIGURA 4.1: Montagem das jornadas

O algoritmo acima tem ciclos aninhados que percorrem os ponteiros com as etapas de vôos e monta as jornadas em função da sua conectividade. É fácil observar que cada ciclo aninhado corresponde a um pouso e, portanto deve haver até cinco ciclos. A figura 4.1 demonstra como os ponteiros percorrem a lista de etapas até formarem uma jornada válida.

A jornada pode ser de vários tipos em função das localidades de origem e destino. Os tipos de jornadas podem ser: início na base, término na base, início e término na base ou início e término fora da base.

O custo da jornada  $s_k$  é calculado em função do tempo de vôo e do tipo da jornada de acordo com a fórmula a seguir:

$$c_k = (t_k - \sum_{i \in I_k} t_i) + \alpha_k$$

onde:

$t_k$  = duração da jornada, dada por  $td_j - to_i$ , onde  $j$  é a última etapa da jornada e  $i$  é a primeira

$t_i$  = duração de uma etapa de vôo, dada por  $td_j - to_i$

$I_k$  = conjunto de etapas da jornada

$\alpha_k$  = custo adicional, em função do tipo de jornada

O custo adicional da jornada representa o tempo, em minutos, de um dia de duração para as jornadas que não iniciam ou terminam em uma base. Se a jornada inicia, mas não termina na base, ou vice-versa, o custo é de 1440, se a jornada não inicia nem termina na base o custo sobe para 2880.

#### 4.4.2.2 Geração das chaves de vôos

A partir do conjunto de jornadas obtidos no item anterior, são construídas as chaves de vôo, que consistem em uma sucessão de até seis jornadas, tais que uma jornada se inicie onde termina a jornada anterior e que a primeira jornada tenha início em uma base e a última jornada tenha término nessa mesma base, salvo se a chave iniciar ou terminar em um vôo extra.

A geração das chaves é feita pelo modelo de recobrimento (set covering model), onde cada coluna do problema representa uma chave de vôo candidata e cada restrição representa uma etapa de vôo.

Devido às limitações decorrentes do poder de processamento, do tipo de otimizador e do tempo de solução desejado, trabalha-se com um subconjunto das possíveis chaves de vôo (variáveis do modelo).

Essa limitação pode levar à geração de um conjunto de variáveis que não atenda a todas as restrições e, conseqüentemente, para contornar esse problema deve-se utilizar um determinado artifício: são criadas variáveis representando uma chave de vôo com apenas uma etapa, para todas as etapas do problema, com um custo muito elevado, fazendo com que ela só seja utilizada se realmente houver necessidade.

Com todas as possíveis jornadas criadas e colocadas em uma lista encadeada para melhor manipulação pelo algoritmo, são definidas as chaves de vôos que formarão o problema principal de recobrimento. Como mencionado anteriormente, é impossível fazer uma enumeração completa de todas as possíveis chaves de vôos. Estudos demonstram que a geração de todas as chaves de vôos pode chegar à ordem de  $10^{15}$  [10] e, infelizmente, esse é um número de variáveis muito elevado para ser executado por um otimizador, até mesmo se for usado algum otimizador comercial de grande porte com um grande poder de processamento, além de demandar um longo tempo para a própria geração das chaves de vôo.

O algoritmo de geração de chaves de vôos está dividido em quatro fases. Na primeira, ele gera todas as chaves de vôo com apenas uma jornada que saia e chegue na base de trabalho do tripulante. Essas são as chamadas chaves de bate-e-volta, pois o tripulante inicia e termina o seu trabalho no mesmo dia e não existe o pernoite fora de casa, sendo as chaves de vôo com menor custo.

Na segunda fase, o algoritmo gera todas as chaves de vôos que tenham duas jornadas, mas com algumas condições. Como o limite máximo de chaves que devem ser geradas é de 50 mil, existe uma limitação nessa fase (e nas fases seguintes) que não permite que sejam geradas todas as combinações possíveis. Em função do tipo de chave de vôo criada, haverá um sorteio que determinará se a chave vai ou não participar do problema. O sorteio é determinado por um parâmetro  $\rho$ , que assume valores zero ou um em função de uma consulta aleatória, o algoritmo é o seguinte:

$\rho$  = Valor aleatório entre 1 e 32767 (RAND\_MAX no C)

Para uma probabilidade de 10%, por exemplo, de chances para a chave ser selecionada,  $\rho$  deve ser menor que 3277. Com essa fórmula é possível conduzir o algoritmo para que, no final, tenha-se aproximadamente as 50 mil chaves desejadas.

Se uma chave de vôo é criada com duas jornadas, onde a primeira se conecta com a segunda e não há a necessidade de colocar um vôo extra, então essa chave de vôo é atribuída à lista de chaves sem que haja um sorteio, a menos que o limite para o dia já tenha se esgotado. Outra preocupação que se deve tomar é com relação à distribuição das chaves pelos dias do mês, pois, se não tiver um controle, as primeiras chaves serão criadas para os primeiros dias (em função da ordenação das etapas ser por início) e não serão criadas chaves para o fim do mês.

Na terceira fase o algoritmo faz a combinação de três jornadas e na quarta fase ele combina quatro jornadas. Nessas combinações são permitidas até um dia de inatividade para a chave toda e o tempo entre a primeira e a última jornada deve ser menor que o permitido pela regulamentação.

O custo da chave de vôo  $p_j$  é calculado em função dos custos das jornadas que a compõem, do total de pernoites e do número de vôos extras necessários.

$$p_j = (t_j - \sum_{k \in I_j} t_k) + \beta_j$$

onde:

$t_j$  = duração da chave de vôo

$t_k$  = duração de uma jornada contida na chave de vôo

$I_j$  = conjunto de jornadas da chave de vôo

$\beta_j$  = custo extra pelos pernoites e por algum vôo extra

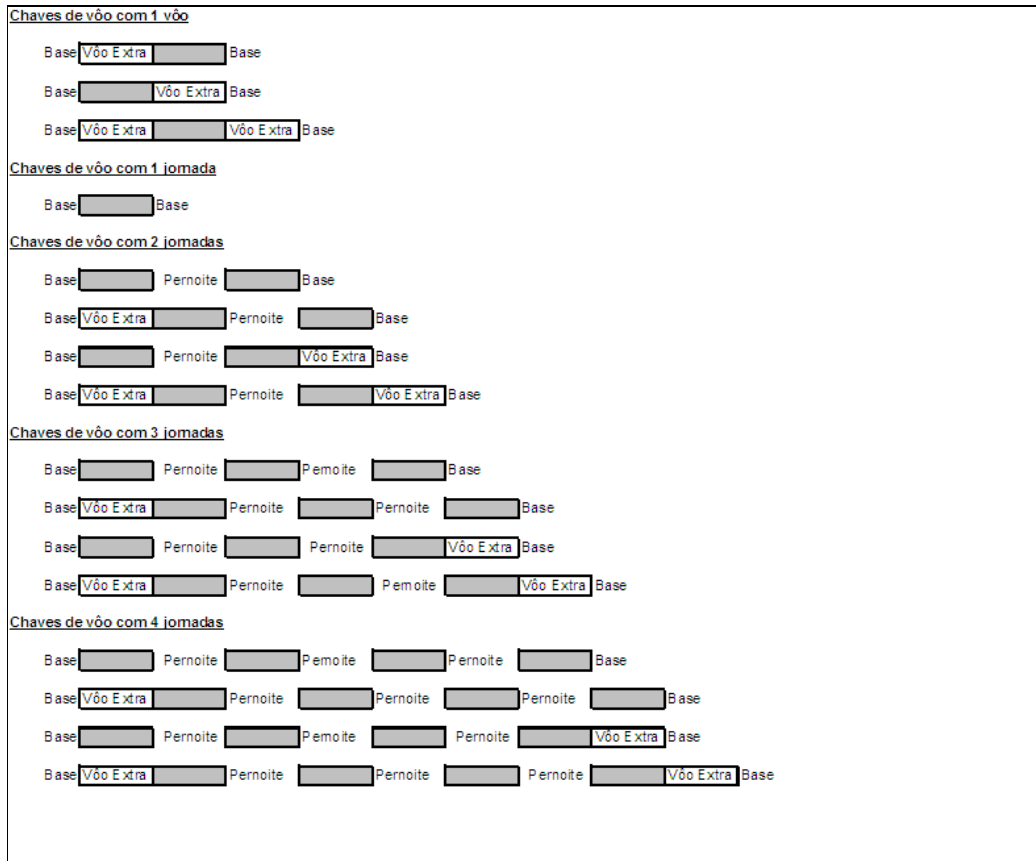


FIGURA 4.2: Tipos de Chaves de Vôos

Na figura 4.2 pode-se observar as cinco possibilidades de geração de chaves de vôo. As chaves com apenas uma etapa de vôo servem para manter a viabilidade do problema. Como não são geradas todas as possibilidades de chaves de vôos, essas chaves são criadas, com um custo bem elevado e um aproveitamento minimizado, uma vez que só possuem uma etapa. Como o seu custo é muito elevado, ela só será selecionada pelo otimizador se as outras variáveis do problema não atenderem às restrições.

A seguir são criadas as chaves de vôo com apenas uma jornada e que tenham a origem e o destino em uma base de tripulante, chamadas chaves de bate-e-volta e que possuem os menores custos. Uma boa escala é formada por um número grande de chaves desse tipo, pois, além de permitir uma economia em diárias, deslocamentos e hotéis, permite uma escala mais agradável ao tripulante, uma vez que ele pode voltar para casa no mesmo dia.

As chaves de vôo com duas, três e quatro jornadas têm o mesmo princípio de criação. Elas podem se iniciar ou não em uma base, e analogamente, terminar ou não em uma base e, sempre que necessário, com um vôo extra em seu início ou término.

Dado  $V = \{v_i, i=1, 2, \dots, v\}$  o conjunto de etapas de vôos e  $C_{\text{vôos}} = \{c_j, j=1, 2, \dots, c\}$  o conjunto de chaves de vôos do problema, tem-se:

$$\min \sum_{j=1}^c p_j x_j \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^c a_{ij} x_j \geq 1 \quad \forall i = 1, \dots, v \quad (2)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, c \quad (3)$$

onde

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{se a chave } c_j \text{ pertence à solução final} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a etapa } t_i \text{ pertence à chave } c_j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$p_j$  = custo da chave de vôo

A matriz binária  $a_{ij}$  indica em cada linha as etapas que estão contidas na chave de vôo e em cada coluna uma chave de vôo viável, portanto  $a_{ij} = 1$  caso uma etapa de vôo está associada a uma chave de vôo.

#### 4.4.3 Processo de geração de escala de tripulantes

Nessa etapa será utilizado um otimizador para resolver o problema. O objetivo é distribuir as chaves de vôo entre os tripulantes, para obter a menor diferença de quilometragem e de horas de vôo entre o mais voado e o menos voado. A função objetivo é multi-critério, pois ela tem a função de minimizar a diferença entre o total de quilometragem das chaves de vôo atribuídas a cada tripulante, minimizar a

diferença entre o total de horas de vôo das chaves de vôo atribuídas a cada tripulante, maximizar a alocação total de chaves de vôo (as atribuídas e as que ainda não foram atribuídas) e maximizar a alocação das chaves com atividades de reserva ou sobreaviso. Cada critério tem um peso diferente, definido pelo próprio planejador da escala, de acordo com a necessidade atual da empresa aérea.

Para conseguir minimizar a diferença de quilometragem e de horas de vôo das chaves atribuídas aos tripulantes, foi necessário criar variáveis auxiliares,  $k_{min}$  e  $t_{min}$ . Essas variáveis devem ser menores, respectivamente do que o somatório da quilometragem e das horas de vôo para cada tripulante considerado. Como a função objetivo tenta maximizar essa variável, o modelo faz com que o otimizador tente atribuir o máximo de quilometragem e o máximo de horas de vôo para cada tripulante. Tendo em vista que o total de quilometragem e o total de horas de vôo, para o conjunto dos tripulantes é limitado, o algoritmo tenderá a fazer com que os valores atribuídos para cada tripulante convirjam. Para melhorar a visualização dessa técnica pode-se fazer uma analogia com um problema onde o objetivo é encher algumas caixas com objetos de diversos tamanhos e a caixa que ficar mais vazia deve ter a maior quantidade de objetos possíveis.

Apenas as chaves de vôo que já estão alocadas aos tripulantes da iteração têm alocação garantida, as chaves de vôo que ainda não foram alocadas e as chaves de reserva e sobreaviso, alocadas ou não, terão a sua alocação maximizada, com peso maior para as chaves de vôo. Isso significa, na prática, que nas primeiras iterações os tripulantes terão uma sobrecarga de chaves de vôo e quase nenhuma chave de reserva ou sobreaviso. Mas a tendência é essa situação se normalizar com o tempo e as chaves de reserva e sobreaviso serem atribuídas durante as iterações, pois apesar dessas chaves não terem horas de vôo elas contabilizam em quilometragem.

Como mencionado anteriormente, a reserva é uma atividade onde o tripulante deve permanecer no aeroporto uniformizado à disposição da empresa para suprir uma eventual falta de tripulante escalado para um vôo. O sobre-aviso tem o mesmo propósito, sendo que o tripulante tem a liberdade de estar em qualquer lugar, apenas com um contato telefônico. Essas duas atividades são computadas em horas, mas como a escala é baseada em quilometragem de vôo, existe um fator de conversão que indica o equivalente em quilômetros de cada uma hora dessas atividades.

A variável de decisão do modelo é bidimensional, com uma dimensão representando os tripulantes e a outra as chaves que participarão da instância do problema e é representada por uma variável binária. Se a chave estiver alocada ao tripulante então a variável será igual a 1 (um), caso contrário será igual a 0 (zero).

Maximizar:  $k_{min} + t_{min} +$   
 $W1 * \sum (\text{chaves de vôo alocadas aos tripulantes}) +$   
 $W2 * \sum (\text{chaves de reserva ou de sobreaviso alocadas aos tripulantes})$

W1 e W2 são os pesos definidos pelo planejador para a importância de cada tipo de chave, a experiência aconselha a atribuição de 100 para W1 e 10 para W2.

As variáveis  $k_{min}$  e  $t_{min}$  estão sujeitas às seguintes restrições para cada tripulante da iteração:

$k_{min} \leq \sum (\text{quilometragem de cada chave atribuída ao tripulante})$

$t_{min} \leq \sum (\text{tempo de vôo de cada chave atribuída ao tripulante})$

As restrições abordadas a seguir dizem respeito à regulamentação do tripulante e são obrigatórias para o problema:

- Sobreposição de tarefas: não permite atribuir duas chaves de vôos para o mesmo tripulante se os horários estiverem sobrepostos. Para montar essas restrições é necessário que uma aplicação externa defina quais são as chaves que se sobrepõem, utilizando o algoritmo de clique máxima. Isso é feito pegando todas as chaves, uma de cada vez, e verificando através de um algoritmo quais chaves se sobrepõem no tempo a ela. O somatório de todas as chaves para um determinado tripulante em cada restrição deve ser menor ou igual a 1 (um);
- Atribuição de uma folga a cada 6 (seis) dias: essa restrição também necessita que um processo externo identifique todas as folgas em períodos de 6 (seis) dias consecutivos para atender à regulamentação do tripulante. Para realizar esse algoritmo é necessário criar uma janela de tempo de 6 (seis) dias e fazer ela percorrer o período todo indicando quais as folgas estão em cada janela. Como fica inviável percorrer o período todo, minuto a minuto (menor unidade de tempo para o problema), optou-se por definir um tempo maior que não



prejudicasse a atribuição da folga, mas, em contrapartida, não elevasse muito o número de restrições, pois, para cada janela de tempo definida, deve haver tantas restrições quanto o número de tripulantes considerado;

- Quantidade de sobreavisos na semana: analogamente à restrição anterior, essa restrição também necessita de um processo que identifique as chaves de sobreavisos em uma janela de uma semana, mas não é necessário fazer a janela andar em intervalos de tempo, bastando posicionar a janela no início de cada semana do mês. Para cada tripulante só é permitido atribuir no máximo dois dias de sobreaviso por semana (domingo a sábado);
- Quantidade de sobreavisos no mês: O somatório de todas as chaves de sobreaviso para cada tripulante deve ser menor do que 8 (oito). Para realizar essa restrição deve-se ter no cadastro das chaves a quantidade de sobreavisos que cada chave possui dentro do período considerado no problema;
- Quantidade mínima de folgas regulares no mês para cada tripulante: O somatório de todas as chaves que representam folgas regulares para cada tripulante deve ser maior ou igual a 6 (seis) no período de um mês. Se o período for menor que um mês deve ser feito o ajuste em função do número de dias considerados;
- Quantidade mínima de folgas sociais no mês para cada tripulante: O somatório de todas as chaves que representam folgas sociais para cada tripulante deve ser maior ou igual a 1 (um) no período de um mês. Se o período for menor que um mês deve ser verificado se o tripulante ainda não recebeu uma folga social e em caso afirmativo ele pode ser relaxado dessa restrição;
- Quantidade mínima de vôos: O total de vôos atribuídos na solução corrente deve ser maior ou igual ao total de vôos da solução original.

São necessárias outras restrições para atender às exigências da empresa aérea e até mesmo dos tripulantes e do sindicato dos aeronautas. Dentre as possíveis restrições estão:

- Recebimento de pelo menos uma chave de vôo por semana: essa restrição se deve ao fato de, em alguns casos, uma escala pode ser atribuída ao tripulante

- técnico de tal forma que ele fique muito tempo sem pilotar uma aeronave. Para atender essa restrição faz-se uma janela de uma semana onde o somatório de todas as chaves de vôo dentro dessa janela deve ser maior ou igual a 1 (um);
- Proibição de alocação de folgas após uma chave de sobreaviso: de acordo com os planejadores de escala, em função da experiência vivida por eles, se for atribuída uma folga logo após uma chave de sobreaviso isso dificulta a utilização desse sobreaviso na fase de execução da escala. Quando o tripulante recebe uma folga na escala planejada, essa folga não deve ser remanejada, a não ser em casos extremos e com a concordância do tripulante. A chave de sobreaviso que for atribuída anteriormente à folga fica com sua operação limitada, isto é, esse tripulante só poderá ser acionado para tarefas que durem, no máximo, até o início da folga. Para montar essa restrição, toda chave que contenha um sobreaviso no final mais o somatório de todas as folgas que se iniciem até um período de 24 horas após deve ser menor ou igual a 1 (um);
  - Proibição de recebimento de uma chave de vôo de um dia entre duas folgas: essa é mais uma restrição criada com base na experiência dos planejadores de escala. A atribuição da seqüência de tarefas, onde a primeira tarefa é uma folga, seguida de uma chave de vôo cuja duração é de um dia apenas (designada de chave de bate e volta) e mais uma folga ao término dessa chave, implica a incidência muito alta de pedidos de cancelamento da chave para que o tripulante possa ter uma folga prolongada. Essa restrição é intrínseca à empresa aérea, pois não é qualquer empresa que se sujeita a aceitar esse tipo de exigência dos tripulantes devido aos custos elevados.

Esta fase é a mais importante do algoritmo, e o otimizador é configurado para dar a melhor solução em um determinado tempo. Geralmente a solução retornada é ótima ou muito próxima da solução ótima, e caso o resultado seja inviável ou ocorra algum erro, é mantida a solução original anterior. O algoritmo não pára se encontrar uma escala inviável nessa etapa, pois sempre a escala anteriormente atribuída era viável. O processo a seguir apresenta a etapa de alocação de chaves de vôos aos tripulantes. Nessa etapa devem ser verificados alguns itens da regulamentação que serão

discutidos a seguir e definidos como restrições ao problema. Em [6] é apresentado um modelo matemático que resolve o problema de escala de tripulantes de forma ótima.

Os dados de entrada do problema são  $T = \{t_i, i=1, 2, \dots, t\}$  o conjunto dos tripulantes e  $C = \{c_j, j=1, 2, \dots, c\}$  o conjunto de chaves de vôo do problema.

O conjunto  $C_{\text{vôos}}$  de chaves de vôo deve ser acrescido nessa etapa do conjunto  $C_{\text{folga}}$  de chaves de folga, isto é, variáveis que representam o tempo que o tripulante deve permanecer de folga. Essas chaves têm duração de 24 horas, caso seja uma folga regular, ou 48 horas, caso seja uma folga social (folga de final de semana). A criação dessas variáveis segue os seguintes critérios, a fim de não criar muitas variáveis para o problema:

- 1- Ao término de cada chave de vôo, é criada uma chave de folga;
- 2- A cada 12 horas é criada uma chave de folga;
- 3- Se cada uma das folgas criadas anteriormente começar entre zero hora de sexta-feira e zero hora de domingo, automaticamente é criada uma folga social de 48 horas.

$$C = C_{\text{vôos}} \cup C_{\text{folga}}.$$

$$C_{\text{folga}} = C_{\text{folga regular}} \cup C_{\text{folga social}}.$$

Para cada elemento que representa uma chave de vôo ou folga  $c_j$  existem os atributos necessários para o desenvolvimento do modelo. São eles:

$t_{ij}$  = início da chave;

$tf_j$  = término da chave;

$k_j$  = quilometragem total da chave de vôo;

$tv_j$  = tempo de vôo;

$qtdsav_j$  = quantidade de sobreavisos contida na chave;

$qtdfr_j$  = quantidade de folgas regulares contida na chave;

$qtdfs_j$  = quantidade de folgas sociais contida na chave;

$flgmes_j$  = indicador para chaves de folga que ocorram dentro do mês corrente.

O início e o término da chave de vôo servem para criar as restrições de sobreposição de tarefas, onde o modelo determina quais as chaves que não podem ser atribuídas simultaneamente.

A quilometragem e o tempo de vôo servem para realizar o balanceamento das escalas entre os tripulantes. Eles devem receber aproximadamente a mesma quilometragem e o mesmo tempo de vôo. Nas chaves de folga esse valor é zero.

A quantidade de sobreavisos serve para as restrições de até dois sobreavisos semanais ou oito mensais.

A quantidade de folga regular e social serve para indicar as chaves de folga e montar as restrições de seis folgas regulares e um social por mês além do limite de seis períodos de 24 horas sem atribuição de folga. As chaves de folga regular e social tem apenas uma folga, portanto esse valor é zero ou um.

Apenas as folgas que ocorram completamente dentro do mês corrente podem ser consideradas como válidas para as restrições acima, mas o modelo deve verificar também se as chaves atribuídas não ultrapassam os seis períodos consecutivos além do término do mês. Em função disso se torna necessária criação das folgas além do término do mês.

Para cada elemento que representa um tripulante  $t_i$  existem os atributos necessários para o desenvolvimento do modelo. São eles:

$f_i$  = limite para recebimento da primeira folga;

$tv_i$  = tempo máximo de horas de vôo para o tripulante;

#### Sobreposição de tarefas

O primeiro conjunto de restrições do problema deve verificar se as tarefas (chaves de vôo ou folgas) não são atribuídas ao mesmo tripulante no mesmo intervalo de tempo. Para montar essas restrições, são verificadas para cada tarefa, todas aquelas que se sobreponham no tempo a ela. Para minimizar o número de restrições é utilizada a verificação da clique máxima [9], ou seja, para cada restrição gerada verifica se ela não está contida em uma outra e, em caso afirmativo, ela pode ser eliminada do problema.

O algoritmo para verificação das sobreposições está descrito a seguir:

Passo 1: verificar para cada tarefa, as tarefas que coincidam os horários e criar uma lista com essas tarefas.

Passo 2: para cada lista, verificar se existe uma outra lista que a contenha, isto é, que tenha pelo menos todas as tarefas da lista original.

Passo 3: Se houver uma lista contida em outra, deve-se excluir a lista que tenha menos tarefas.

Se o conjunto  $C$  de chaves de vôo e folgas contiver  $c' \cdot |T|$  elementos ( $c$  chaves de vôo, mais as folgas geradas), existirão  $c'$  restrições deste tipo. Ao utilizar o algoritmo de clique máxima elimina-se uma parcela significativa das restrições. Na prática, tem-se obtido cerca de 70% de redução, reduzindo consideravelmente o problema.

Estendendo a definição de  $c_j$  e  $x_j$  para associá-las também às folgas geradas, e chamando de  $L_j$  o conjunto de tarefas sobrepostas à tarefa  $c_j$ ,  $j=1, 2, \dots, c'$ , deve-se ter:

$$\sum_{c_k \in L_j} x_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in T, j=1, 2, \dots, c' \quad (4)$$

$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{se o trip. } i \text{ realiza a chave } c_k \\ 0 & \text{se o trip. } i \text{ não realiza a chave } c_k \end{cases}$$

#### Quantidade de folgas regulares

A restrição das folgas regulares verifica se o tripulante vai receber pelo menos 6 tarefas de folga regular. Essa restrição deve verificar quais são as tarefas de folga regular e contabilizá-las.

$$\sum_{j \in C_{folgareg}} x_{ij} \geq 6 \quad \forall i \in T \quad (5)$$

#### Quantidade de folgas sociais

Essa restrição é idêntica à anterior, apenas mudando a tarefa para folga social (final de semana) e a quantidade para uma.

$$\sum_{j \in C_{folgasoc}} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \in T \quad (6)$$

#### Janela de seis dias com uma folga

Essa restrição obriga que a cada seis períodos de 24 horas seja atribuída uma folga (regular ou social) ao tripulante. Para montar essas restrições são feitos conjuntos de chaves de folga com duração de seis dias e para todas as tarefas contidas nesse conjunto, verifica se existe pelo menos uma atribuída ao tripulante.

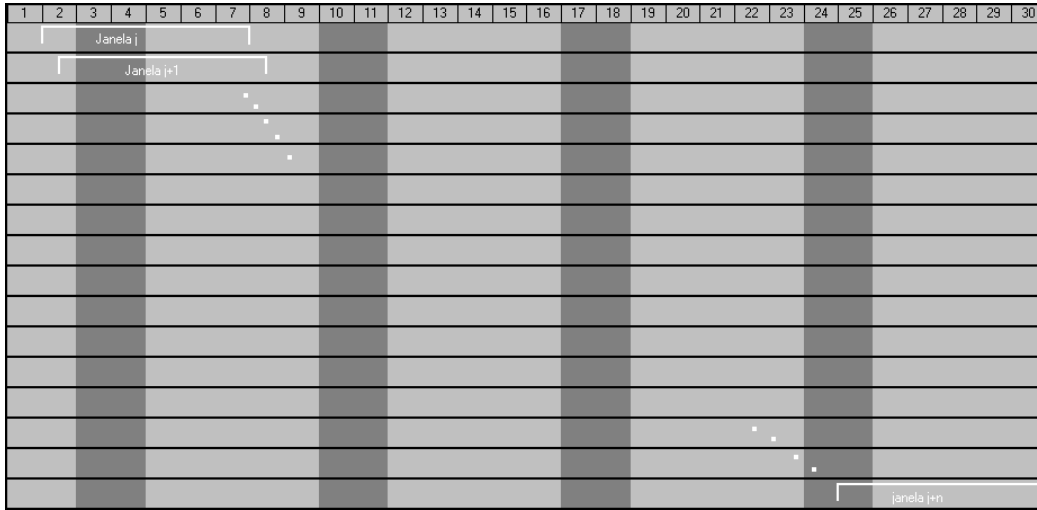


FIGURA 4.3: Janelas de folgas

Chamando de  $J_j$  o conjunto de janelas de chaves de folga, deve-se ter:

$$\sum_{c_k \in J_j} x_{ik} \geq 1 \quad \forall i \in T, j=1, 2, \dots, J \quad (7)$$

Cada janela de folga tem um deslocamento de 12 horas em relação à janela anterior, isso permite que a cada 12 horas seja verificado se o tripulante possui uma folga. O ideal seria que a janela tivesse um deslocamento de um minuto, mas isso implicaria em um número elevado de restrições: 60 por hora x 24 horas x 30 dias = 43200 restrições, e o ganho de se colocar todas as restrições não justificaria o prejuízo no tamanho final do problema. A quantidade utilizada (2 por dia x 30 dias = 60 restrições) se mostrou suficiente para todos os casos estudados.

#### Verificação de folga na transição

Essa restrição deve verificar, para cada tripulante, a última folga recebida no mês anterior e atribuir uma folga na escala corrente de forma que ele não fique mais do

que seis períodos de 24 horas sem o recebimento de uma folga. Essa restrição deve criar um conjunto de folgas para cada tripulante, com aquelas que estejam dentro do período que compreende o início da escala e o término no limite de recebimento de uma folga.

Chamando de  $C' = \{c_j \mid c_j \in c_{\text{folga}} \text{ e } t_{ij} < f_i\}$  o conjunto de chaves de folga do período de transição, deve-se ter:

$$\sum_{j \in C'} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \in T \quad (8)$$

### Impedimentos

Existem tarefas que não devem ser atribuídas a certos tripulantes e para esses tipos de tarefas devem ser criadas restrições que anulem previamente a variável binária que associa uma tarefa ao tripulante, fazendo com que o otimizador não permita a sua atribuição. Pode haver diversos motivos para o impedimento, como por exemplo, uma chave de vôo que não possa ser atribuída a um determinado tripulante por algum motivo particular ou da própria empresa ou um conjunto de chaves de vôos que conflitam em horário em um período que o tripulante necessite realizar outras tarefas. Essa restrição é muito simples, pois para cada variável que representa a tarefa  $i$  atribuída ao tripulante  $j$  basta associar zero.

Chamando de  $C'' = \{c_j \mid \text{tripulante } i \text{ não pode ser atribuído à chave } j\}$  o conjunto de chaves de folga do período de transição, deve-se ter:

$$\sum_{j \in C''} x_{ij} = 0 \quad \forall i \in T \quad (9)$$

### Atribuições obrigatórias

Essa restrição é exatamente o contrário da anterior. Nesse caso o tripulante deve receber uma determinada tarefa que pode ser uma chave de vôo, pedida por ele, uma folga em determinado dia ou um bloqueio qualquer para atender uma necessidade da empresa aérea.

Chamando de  $C''' = \{c_j \mid \text{tripulante } i \text{ deve ser atribuído à chave } j\}$  o conjunto de chaves de folga do período de transição, deve-se ter:

$$\sum_{c_k \in C^m} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in T \quad (10)$$

Limite máximo de horas de vôo

A regulamentação do tripulante permite que ele voe um determinado número máximo de horas. Para atender esse critério é necessário, para cada tripulante, criar uma restrição em que a soma das horas de vôo de todas as chaves de vôo atribuídas a ele não exceda um determinado valor. Esse valor pode variar de tripulante a tripulante, pois o limite máximo de horas deve ser verificado mensalmente, trimestralmente e anualmente.

$$\sum_{j \in C_{v\u00f4os}} tv_j \times x_{ij} \leq tv_i \quad \forall i \in T \quad (11)$$

Balanceamento de quilometragem

O objetivo principal do problema é a atribuição de todas as chaves de vôo, mas essa atribuição deve ser feita de uma forma que os tripulantes tenham um balanceamento de quilometragem, isto é, não é admissível que um tripulante receba, por exemplo, 40000km em vôos e outro, apenas 10000km.

Para realizar a distribuição da quilometragem de forma eqüitativa para todos os tripulantes deve-se utilizar um artifício: cria-se uma variável que sempre assumirá o valor total da quilometragem do tripulante que estiver recebendo a menor quantidade. Essa variável deve estar na função objetivo e a sua direção deve ser de maximização. Como definido anteriormente, as variáveis  $k_{min}$  e  $t_{min}$  assumem o total de quilometragem e horas de vôo do tripulante que tiver a menor quantidade.

$$k_{min} - \sum_{j \in C_{v\u00f4os}} k_j \times x_{ij} \leq 0 \quad \forall i \in T \quad (12)$$

$$t_{min} - \sum_{j \in C_{v\u00f4os}} tv_j \times x_{ij} \leq 0 \quad \forall i \in T \quad (13)$$



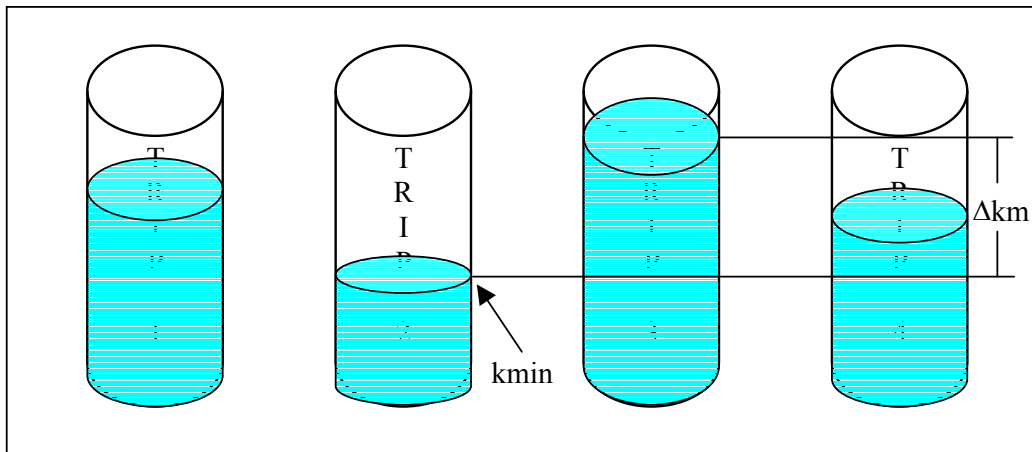


FIGURA 4.4: Balanceamento de quilometragem

Na figura acima se pode demonstrar a idéia por trás dessa restrição. Suponha que os tripulantes sejam recipientes onde tem que encher com as quilometragens. No exemplo acima, o tripulante 2 é o que possui a menor quilometragem então é ele quem determina o valor de  $kmin$ . Como a função-objetivo tenta maximizar o valor de  $kmin$ , sempre que possível uma tarefa será retirada de um tripulante com mais quilometragem e atribuída ao tripulante com a menor quilometragem total, fazendo com que, no final, as quilometragens estejam muito próximas umas das outras.

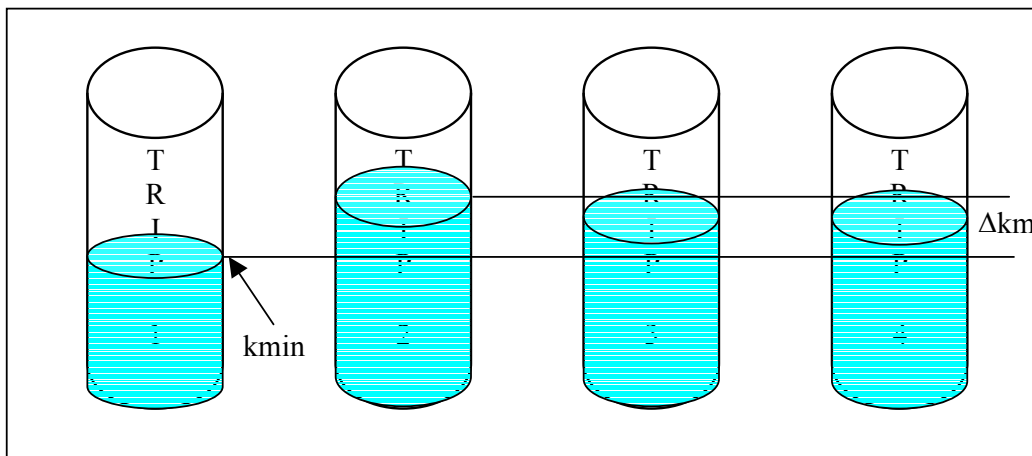


FIGURA 4.5: Balanceamento de quilometragem

Essa restrição pode ser usada para quantos forem os tripulantes do problema e não impacta em perda de desempenho, uma vez que só é necessária uma restrição por tripulante.

O modelo matemático completo fica assim:

$$\text{Máx} \quad \sum_{i \in T, j \in C} (p_{\max} - p_j) \times x_{ij} + k \min + t \min$$

$$\sum_{c_k \in L_j} x_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in T, j=1, 2, \dots, c' \quad (4)$$

$$\sum_{j \in C_{\text{fo lg areg}}} x_{ij} \geq 6 \quad \forall i \in T \quad (5)$$

$$\sum_{j \in C_{\text{fo lg asoc}}} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \in T \quad (6)$$

$$\sum_{c_k \in J_j} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \in T, j=1, 2, \dots, J \quad (7)$$

$$\sum_{j \in C'} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \in T \quad (8)$$

$$\sum_{j \in C''} x_{ij} = 0 \quad \forall i \in T \quad (9)$$

$$\sum_{c_k \in C'''} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in T \quad (10)$$

$$\sum_{j \in C_{\text{vóos}}} tv_j \times x_{ij} \leq tv_i \quad \forall i \in T \quad (11)$$

$$k \min - \sum_{j \in C_{\text{vóos}}} k_j \times x_{ij} \leq 0 \quad \forall i \in T \quad (12)$$

$$t_{\min} - \sum_{j \in C_{\text{v\u00f4os}}} tv_j \times x_{ij} \leq 0 \quad \forall i \in T \quad (13)$$

#### 4.4.4 Aumenta o n\u00famero de tripulantes

Caso n\u00e3o tenha havido melhora na solu\u00e7\u00e3o nessa itera\u00e7\u00e3o, o n\u00famero de tripulantes ser\u00e1 incrementado de uma unidade e uma nova itera\u00e7\u00e3o ser\u00e1 realizada.

### 4.5 Resultado esperado

No fim de cada itera\u00e7\u00e3o espera-se que, caso todas as etapas tenham sido realizadas com sucesso, tenha-se uma escala melhor que a anterior. A mensura\u00e7\u00e3o de uma escala comparada com a anterior \u00e9 feita baseada no n\u00famero de v\u00f4os atribu\u00eddos e da diferen\u00e7a de quilometragem e tempo de v\u00f4o entre as escalas. Se, em uma itera\u00e7\u00e3o com tr\u00eas tripulantes, a somat\u00f3ria dos v\u00f4os atribu\u00eddos for 45, ent\u00e3o o resultado dessa itera\u00e7\u00e3o deve ter pelo menos 45 v\u00f4os, independentemente do tripulante.

Pode-se implementar tamb\u00e9m algum tipo de subida para criar uma perturba\u00e7\u00e3o no problema. O crit\u00e9rio de parada \u00e9 o tempo, mas n\u00e3o ser\u00e1 permitido parar uma escala at\u00e9 que todos os tripulantes envolvidos no processo tenham participado pelo menos uma vez, ou seja, se o usu\u00e1rio informar que ele deseja rodar o algoritmo durante apenas um minuto, ele ter\u00e1 que esperar pelo menos a primeira fase onde cada tripulante, individualmente, participa do problema.

Esse trabalho ter\u00e1 como base v\u00f4os, tripulantes e escalas reais de empresas a\u00e9reas e isso ser\u00e1 um ponto a favor do algoritmo, que ter\u00e1 um meio de comparar a sua efic\u00e1cia com rela\u00e7\u00e3o a uma escala realizada manualmente. Os crit\u00e9rios de avalia\u00e7\u00e3o s\u00e3o os descritos a seguir, mas na medida do poss\u00edvel, as escalas geradas pelo algoritmo ser\u00e3o avaliadas pelos pr\u00f3prios planejadores que informar\u00e3o situa\u00e7\u00f5es adversas que n\u00e3o devem ocorrer.

V\u00e1rios fatores poder\u00e3o ser considerados para analisar qual a melhor escala planejada e entre crit\u00e9rios financeiros e de qualidade, foram escolhidos os seguintes para avaliar as solu\u00e7\u00f5es encontradas:

- Chaves de v\u00f4o:

- Menor número de jornadas, minimizando o pagamento de diárias;
- Pernoites em localidades mais baratas (convênios com hotéis e empresas de turismo);
- Maior número de vôos por jornada;
- Escala de tripulantes:
  - Balanceamento da distribuição das chaves de vôo, onde o tripulante com a maior quantidade de vôos (quilometragem e horas) está mais próximo do tripulante com a menor quantidade de vôos.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados obtidos em três empresas aéreas de âmbito regional no Brasil e os critérios utilizados em cada uma delas para a avaliação do algoritmo proposto.

## 5 Resultados Computacionais

O PET é um problema que deve ser resolvido todos os meses nas empresas aéreas. Muitas delas já imaginaram uma situação onde a escala de tripulantes seria resolvida uma única vez e todo mês os tripulantes escolheriam as suas escalas, mas isso se torna inviável na prática devido ao grande número de mudanças nos vôos, aos treinamentos necessários, às vontades de cada tripulante e até mesmo à necessidade da própria empresa em manipular de forma distinta cada período, etc.

O sistema informatizado de planejamento de linhas, coordenação de vôos e planejamento e execução de escala de tripulantes chamado SIGLA (Sistema Integrado de Gestão de Linhas Aéreas) foi desenvolvido como fruto desse trabalho e servirá para demonstrar os resultados obtidos.

O sistema SIGLA foi desenvolvido com o objetivo de integrar todas as áreas operacionais de uma empresa aérea. Em uma empresa aérea existe um departamento que analisa os vôos e determina aqueles que, no conjunto, darão o melhor retorno. O sistema tem uma interface onde o usuário cria o cenário de malha aérea, informa os vôos que deseja operar em um determinado período com a sua localidade de origem, destino, hora de partida e chegada, além de poder permitir um deslocamento nesses horários e uma prioridade para os vôos. O deslocamento permite que um vôo programado para decolar em um determinado horário possa sofrer uma variação de horário de modo a otimizar a utilização de uma aeronave e maximizar a quantidade de vôo que podem ser realizados com uma malha. A prioridade de cada vôo permite que o usuário determine quais os vôos que ele mais deseja que estejam na malha final e o otimizador se encarregará de tentar alocar o maior número desses vôos.

Dessa forma o módulo de planejamento de linhas analisa os cenários de malha aérea e determina qual delas traz o melhor retorno ou o melhor benefício para a empresa aérea.

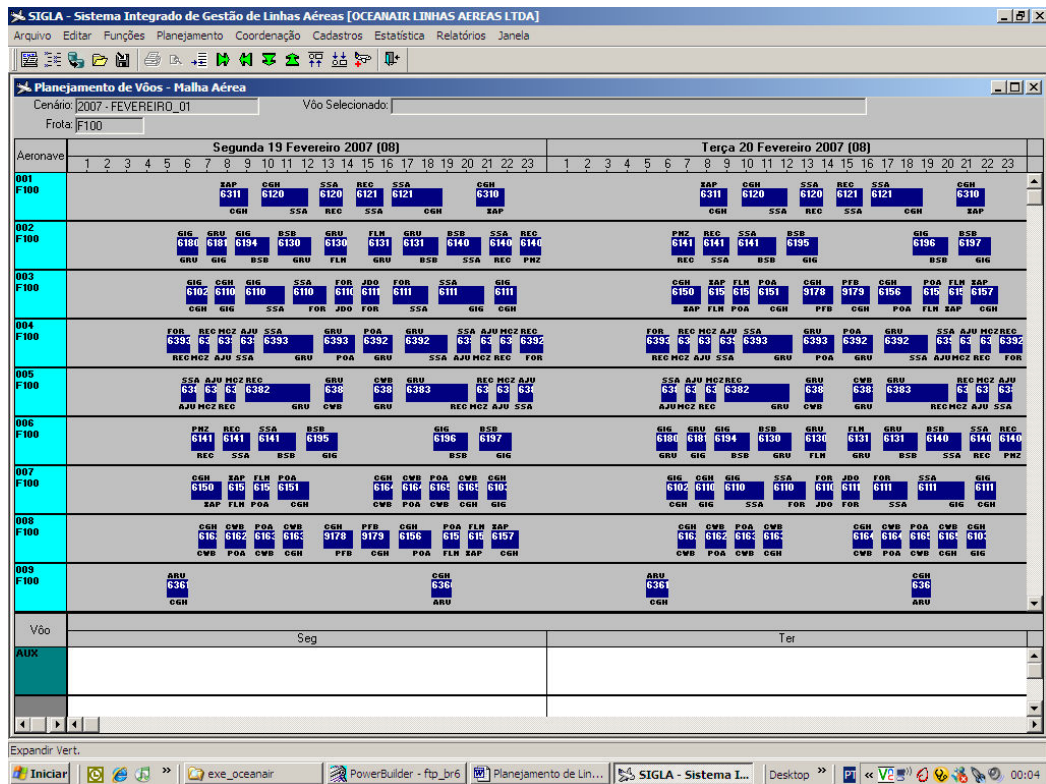


FIGURA 5.1: Exemplo de uma malha de vôos.

A partir de uma malha definida é necessário fazer o controle diário da realização dos vôos, assim como os cancelamentos de etapa, as alterações de rota e as inclusões de etapas de última hora, e para esse procedimento o sistema SIGLA possui o módulo de coordenação de vôos. Nesse módulo os vôos são controlados diariamente e as informações de horários, atrasos, justificativas de atrasos e cancelamentos e passageiros são colocadas no sistema. Essas informações permitem a geração de relatórios gerenciais, relatórios estatísticos e relatórios de análise dos vôos.

Outro módulo importante do sistema SIGLA é o de escala de tripulantes, onde o usuário faz o planejamento e a execução diária da escala. No planejamento de escala, depois de definida qual a malha de vôos será utilizada pela empresa aérea e quais os tripulantes disponíveis, além de informações de treinamento e bloqueios de pedidos dos tripulantes, o usuário deve utilizar o processo de geração automática de escala de tripulantes, algoritmo desenvolvido nesse trabalho.

Em 2003 a Oceanair Linhas Aéreas iniciou a implantação do sistema, depois ele foi implantado na Webjet Linhas Aéreas no início de 2005, e ultimamente na TAF Linhas Aéreas em meados de 2006.

Devido ao fato de nenhuma empresa aérea possuir uma metodologia de avaliação da sua escala em função do custo e, para que pudessem ser avaliadas as soluções encontradas, foram adotados os seguintes critérios:

- 1 – Verificar se todos os vôos foram associados aos tripulantes necessários para a sua realização;
- 2 – Verificar a quantidade de pernoites fora de sua base. Nesse caso é considerado que os pernoites têm o mesmo custo para a empresa aérea, independentemente da cidade do pernoite;
- 3 – Contabilizar as diárias que os tripulantes têm direito no período. Chaves de vôo com menos períodos tendem a pagar uma diária menor ao tripulante pelo fato dele estar menos tempo fora de sua base, onde ele não deve receber diária;
- 4 – Balanceamento da escala, isto é, a diferença entre o tripulante com mais vôos e o tripulante com menos vôos deve ser a menor possível;

O primeiro critério dificilmente deixará de ser atendido, e caso ele não seja atendido a empresa deverá optar por não realizar os vôos que estão sem tripulação, ou se for possível, alocar um tripulante de outro tipo de equipamento para cobrir a demanda. Porém essa última solução é mais dispendiosa, uma vez que acarreta em um treinamento complexo para o novo equipamento, além do tempo de espera até que ele esteja apto.

O segundo e o terceiro critério são os que realmente avaliam o custo operacional de uma escala de tripulantes, pois são eles que determinarão qual planejamento de escala é mais barata que outra. Todos os vôos da malha aérea devem ser tripulados, então esse é um custo fixo que a empresa já deve arcar, mas quando uma tripulação permanece a serviço da empresa fora de sua base de origem, isso implica em pagamento de hotel e diárias, além da impossibilidade de alocação dessa tripulação em outros vôos da empresa.

Se a regulamentação do tripulante define que ele não pode trabalhar mais que onze horas e meia sem intervalo, nem realizar mais do que nove horas e meia de vôo ao

analisar uma situação hipotética e simples, pode-se verificar que uma pequena alteração na escala do tripulante pode gerar um custo desnecessário para a empresa. Por exemplo, se a empresa tiver uma situação onde o voo sai na parte da manhã às 07:00h de São Paulo fazendo uma rota para Belo Horizonte e depois para Brasília, chegando em seu destino às 10:00h e o retorno é às 16:00h de Brasília, voltando pela mesma rota, isto é, passando por Belo Horizonte e chegando em São Paulo às 19:00h fica claro que a mesma tripulação não poderá realizar os voos de ida e de volta. Mas se a volta for antecipada para 14:00h e sua chegada em São Paulo for às 17:00h, fica perfeitamente viável que a mesma tripulação faça os dois voos, mesmo que se considere uma apresentação uma hora antes do início da primeira etapa e um corte para meia hora após o término da última etapa. No primeiro caso a empresa deve ter sempre uma tripulação em Brasília um dia inteiro inativa, isto é, descansando, para assumir o voo do dia posterior.

Ao analisar o custo gerado pelas duas situações propostas acima se tem: na primeira, o tripulante deve trabalhar na parte da manhã do primeiro dia, ficar inativo em Brasília e só voltar a trabalhar na parte da tarde do dia seguinte, isso sem contar o custo da diária de hospedagem. Na segunda, o tripulante vai e volta de Brasília no mesmo dia.

	Diárias	Valor das Diárias	Hotel	Total
Alternativa 1	Café da manhã, dois almoços e um jantar.	R\$8,42 + 2 x R\$33,66 + R\$33,66	R\$100,00	R\$209,40
Alternativa 2	Café da manhã e almoço.	R\$8,42 + R\$33,66	R\$0,00	R\$42,08

O último critério é o que vai dar uma qualidade melhor à escala de tripulantes permitindo que eles tenham um equilíbrio nas atividades e no seu ressarcimento. É evidente que esse critério só começa a ter sentido após ser atendido o primeiro, isto é, não é possível haver equilíbrio na escala de tripulantes antes que sejam atendidos todos os voos da malha aérea. De qualquer forma o equilíbrio é sempre alcançado pelo algoritmo, mesmo que esteja em segundo plano.

Um outro critério que poderia ser adotado, e que induz muita gente a pensar que ele é um dos mais importantes seria a relação de voos realizados pela quantidade de dias



trabalhados, ou seja, o nível de utilização de um tripulante. Mas a mensuração demonstrada anteriormente está intrínseca no fato de que, se todos os vôos estão alocados e existe um equilíbrio na escala, presume-se que todos os tripulantes sejam utilizados no máximo que a malha aérea permite. A seguir serão analisados os resultados obtidos com o trabalho realizado nas três empresas aéreas onde o sistema SIGLA está implantado atualmente.

## 5.1 Oceanair Linhas Aéreas

O cenário atual da Oceanair possui três tipos de equipamentos: o Brasília, de 30 lugares, o Fokker 50 de 50 lugares, ambos turbo hélice e o Fokker 100 com 100 lugares, sendo esse a jato. Para todos os equipamentos foram geradas escalas e foi adotado como base de comparação o mês de maio de 2006. Na tabela abaixo ilustra algumas informações referentes à sua malha e ao total de tripulantes.

	Brasília	Fokker 50	Fokker 100	Total
Horas voadas	470,20	526,87	645,73	1.642,80
Km voados	177.402	193.203	391.008	761.613
Nº Vôos	443	319	287	1.049
Nº Comandante	16	27	71	114
Nº Co-piloto	16	28	15	59
Nº Comissário	---	---	---	127

Obs. (1): Os tripulantes comissários estão habilitados para mais de um equipamento, portanto, a sua totalização por equipamento, não se justifica.

Obs (2).: Os valores de horas voadas, quilômetros voados e nº de vôos são computados semanalmente.

Com relação à diária dos tripulantes:

	Brasília	Fokker 50	Fokker 100	Total
Comandante	12.647,94	18.605,82	36.471,28	67.725,04
Co-piloto	10.123,48	10.754,48	6.605,78	27.483,74

Comissário	---	---	---	79.834,64
Total				175.043,42

Os pernoites fora da base também implicam em custos uma vez que o tripulante deve ser alojado em um hotel na cidade fora de sua base. A tabela abaixo mostra o total de pernoites gerados para cada grupo de tripulantes de um mesmo cargo e equipamento.

	Brasília	Fokker 50	Fokker 100	Total
Comandante	85	159	450	694
Co-piloto	128	187	87	402
Comissário	---	---	---	801
Total	213	346	537	1897

Como pode ser observado, o custo com diárias e hospedagem de tripulantes é um fator determinante, além do combustível, para o cálculo do valor da tarifa a ser cobrada para cada etapa de vôo. Se a empresa aérea conseguir minimizar as chaves de vôos com mais de um dia, isto é, ter o tripulante indo e voltando para casa no mesmo dia, e mesmo assim conseguir atender a sua demanda de vôos, tem-se uma empresa com custo baixo.

#### 5.1.1 Resultado obtido na Oceanair

A tabela a seguir ilustra a geração da escala de comandantes e co-pilotos de F100, totalizando 86 tripulantes e 2737 etapas de vôos. As iterações que não aparecem na tabela significam aquelas em que o otimizador encontrou uma solução, mas essa solução era pior do que a solução já existente, sendo descartada do problema.

Essa solução levou 32 minutos para se chegar à iteração de número 61 (a última a ter uma melhora na solução total do problema). A coluna <Trip> indica a quantidade de tripulantes utilizado na iteração.

Iter.	Trip	Km Maior	Km Menor	Média Km	Desvio Km	Variação Km	Hr Maior	Hr Menor	Média Hr	Desvio Hr	Variação Hr
1	2	46.712	-	39.040	14.348	36,75%	73,00	-	54,32	28,20	51,61%
2	2	46.712	-	39.040	13.965	35,77%	73,00	-	54,32	27,42	50,19%

4	2	46.712	-	39.082	13.917	35,61%	73,00	-	54,64	27,36	50,08%
6	2	46.712	-	39.082	13.894	35,55%	73,00	-	54,64	27,24	49,86%
7	2	42.956	-	39.082	13.187	33,74%	73,00	-	54,64	26,33	48,19%
8	2	42.956	-	39.082	12.994	33,25%	73,00	-	54,64	26,15	47,86%
9	2	41.682	-	39.082	12.363	31,63%	73,00	-	54,64	25,20	46,12%
10	2	41.682	-	39.082	12.356	31,61%	73,00	-	54,64	25,20	46,12%
11	2	41.682	-	39.082	11.979	30,65%	73,00	-	54,64	24,42	44,69%
12	2	41.682	-	39.082	11.461	29,33%	73,00	-	54,64	23,56	43,12%
14	2	41.682	-	39.082	11.454	29,31%	73,00	-	54,64	23,57	43,13%
15	2	41.682	-	39.082	11.270	28,84%	73,00	-	54,64	23,22	42,49%
16	2	41.682	-	39.082	11.244	28,77%	73,00	-	54,64	23,10	42,28%
17	2	41.224	-	39.115	10.557	26,99%	73,00	-	54,69	22,05	40,36%
18	2	41.224	-	39.115	10.468	26,76%	73,00	-	54,69	21,80	39,90%
19	3	39.466	-	39.115	9.756	24,94%	73,00	-	54,69	20,68	37,85%
20	3	39.466	-	39.115	9.628	24,62%	73,00	-	54,69	20,53	37,57%
21	3	39.466	-	39.115	9.393	24,01%	73,00	-	54,69	20,16	36,89%
23	3	39.466	-	39.115	8.660	22,14%	73,00	-	54,69	19,01	34,80%
24	3	39.466	-	39.115	8.634	22,07%	73,00	-	54,69	18,96	34,71%
26	3	39.466	-	39.115	8.610	22,01%	73,00	-	54,69	18,97	34,73%
28	3	39.466	-	39.115	8.565	21,90%	73,00	-	54,69	18,80	34,42%
29	3	39.466	-	39.147	8.270	21,12%	73,00	-	54,76	18,36	33,59%
30	3	39.466	-	39.147	8.211	20,98%	73,00	-	54,76	18,34	33,57%
37	3	39.466	-	39.147	7.986	20,40%	73,00	-	54,76	18,09	33,10%
39	3	39.466	-	39.147	7.333	18,73%	71,00	-	54,76	16,66	30,49%
42	3	39.466	-	39.147	7.110	18,16%	71,00	-	54,76	16,18	29,62%
43	3	39.466	-	39.147	6.817	17,41%	71,00	-	54,76	15,76	28,85%
44	4	39.466	-	39.147	6.795	17,36%	71,00	-	54,76	15,79	28,89%
48	4	39.466	-	39.147	6.719	17,16%	71,00	-	54,76	15,70	28,74%
49	5	39.466	1.717	39.147	6.418	16,40%	71,00	-	54,76	15,30	28,00%
50	5	39.466	5.590	39.147	6.078	15,53%	71,00	2,00	54,76	14,39	26,34%
56	5	39.466	5.590	39.147	5.775	14,75%	71,00	2,00	54,76	14,03	25,67%
57	5	39.466	9.994	39.147	5.482	14,00%	71,00	11,00	54,76	13,23	24,22%
58	5	39.466	9.994	39.147	5.257	13,43%	71,00	11,00	54,76	12,74	23,31%
61	5	39.466	10.760	39.147	4.900	12,52%	71,00	15,00	54,76	11,91	21,80%

A análise para verificação da melhora do resultado em relação ao original é feita baseada nos valores de diárias pagas aos tripulantes envolvidos no problema e o total de pernoites necessários. O objetivo principal é manter o tripulante o mais produtivo possível, minimizando os períodos em que ele recebe diária sem estar trabalhando (nos casos de inatividade em bases diferentes da sua original).

Após a geração automática da escala de tripulantes os resultados obtidos deram os seguintes valores de diárias:

Total de diárias pagas aos comandantes de Fokker 100: R\$ 36.471,28

Total de diárias pagas aos co-pilotos de Fokker 100: R\$ 6.605,78

Após a geração:

Total de diárias pagas aos comandantes de Fokker 100: R\$ 33.918,08

Total de diárias pagas aos co-pilotos de Fokker 100: R\$ 6.254,93

Ganho percentual obtido: 6,74%

Com relação aos pernoites tem-se:

Comandante: 450

Co-piloto: 87

Após a geração:

Comandante: 387

Co-piloto: 98

Ganho percentual obtido: 9,68%

## 5.2 Webjet Linhas Aéreas

A Webjet é uma empresa onde os estudos feitos não surtiram o efeito desejado. No momento do encerramento dessa pesquisa, ela possuía apenas dois aviões do tipo Boeing 737-300 e uma malha muito simples, onde os tripulantes saíam de sua base de origem, situada no Rio de Janeiro na parte da manhã e conseguiam voltar no mesmo dia. Um dos aviões fazia a rota para Salvador, e em função do horário de chegada do voo de noite e do horário de partida de manhã não ter tempo suficiente para o repouso, era obrigatório, usando ou não o algoritmo, que a tripulação pernoitasse em Salvador. É claro que, mesmo que não tenha havido algum ganho ao utilizar o algoritmo, o planejador usa a geração automática da escala para evitar o trabalho braçal.

## 5.3 TAF Linhas Aéreas

A TAF Linhas Aéreas, antiga Táxi Aéreo Fortaleza, é uma empresa aérea situada em Fortaleza – CE e, no momento da realização desse estudo a TAF possuía uma frota de dois Boeing 737-200 de passageiros, dois Boeing 737-200 para transporte exclusivo de carga e dois 727-200 também para transporte de carga. A escala de tripulantes é realizada em uma base quinzenal e a entrada em operação do SIGLA permitiu que a empresa se reestruturasse e passasse a elaborar a escala em uma base mensal. É claro que um dos principais fatores que levam a empresa a elaborar a escala em uma base mensal ou quinzenal é a sua capacidade de planejamento da malha, isto é, se a empresa tem uma malha aérea bem definida e um quadro de tripulantes que não necessitem de treinamento, isso ajuda ao planejamento a definir a escala com uma antecedência maior. A tabela a seguir ilustra uma visão da dimensão dos problemas da TAF e o quadro da empresa em novembro de 2006, mês de base para os testes.

	B737-200 PAX	B737-200 CGA	B727-200 CGA	Total
Horas voadas	190,88	300,47	60,82	552,17
Km voados	126.934	209.155	36.561	372.650
Nº Vôos	84	82	41	207
Nº Comandante	7	6	5	18
Nº Co-piloto	9	8	3	20
Nº Comissário	35	0	0	35

Com relação à diária dos tripulantes:

	B737-200 PAX	B737-200 CGA	B727-200 CGA	Total
Comandante	8.684,44	7.211,70	5.200,48	21.096,62
Co-piloto	10.762,96	7.741,90	2.936,84	21.441,70
Comissário	21.484,16	0,00	0,00	21.484,16
Total	40.931,56	14.953,60	8.137,32	64.022,48

A seguir tem-se uma tela da aplicação com a geração da escala dos tripulantes comissários. Os comissários da TAF estão divididos em comissários chefe e comissários, e nesse caso só foram utilizados os comissários normais.

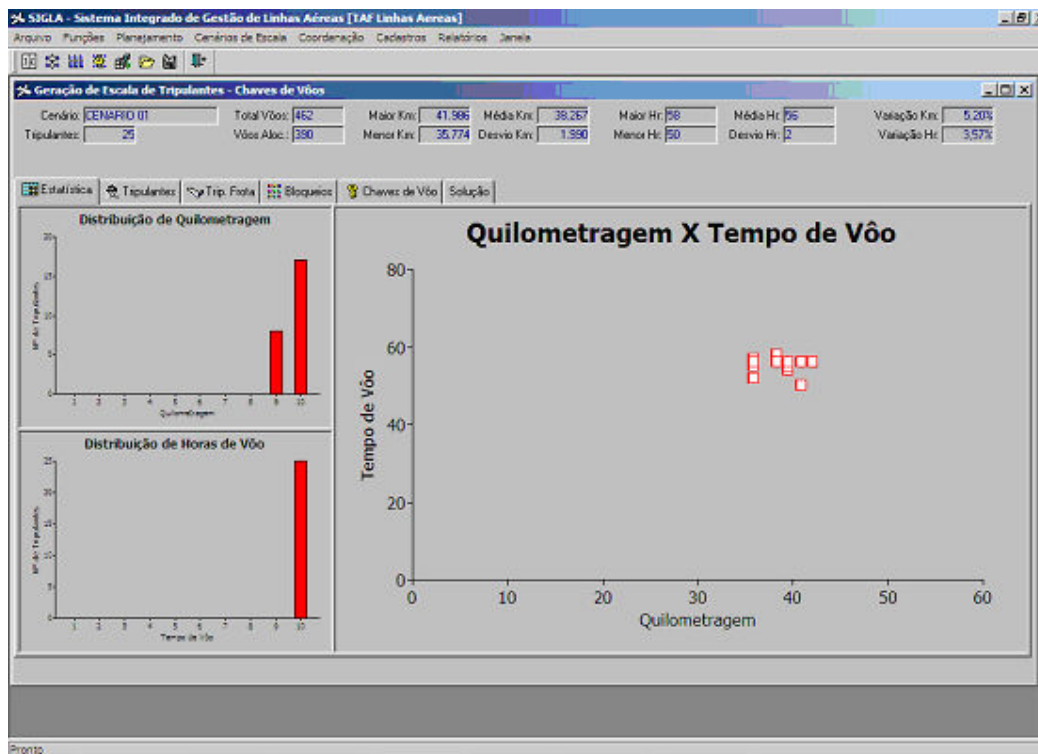


FIGURA 5.2: Geração da escala de comissárias na TAF Linhas Aéreas.

Resultado da geração iteração por iteração:

Iter.	Trip	Km Maior	Km Menor	Média Km	Desvio Km	Variação Km	Hr Maior	Hr Menor	Média Hr	Desvio Hr	Variação Hr
1	2	43824	35774	37267	2854,46	7,66%	60	48	56	5	8,93%
2	2	43824	35774	37267	2881,26	7,73%	60	48	56	5	8,93%
3	2	43824	35774	37267	2748,99	7,38%	60	48	56	5	8,93%
4	2	43824	35774	37267	2748,99	7,38%	60	48	56	5	8,93%
5	2	43824	35774	37267	2748,99	7,38%	60	48	56	5	8,93%
6	2	43824	35774	37267	2748,99	7,38%	60	48	56	5	8,93%
7	2	43824	35774	37267	2739,21	7,35%	60	48	56	5	8,93%
8	2	43824	35774	37267	2739,21	7,35%	60	48	56	5	8,93%
9	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
10	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
11	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
12	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
13	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
14	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
15	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
17	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
18	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
19	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%

20	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
21	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
22	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
24	2	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	60	48	56	5	8,93%
25	3	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	59	50	56	5	8,93%
26	3	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	59	50	56	5	8,93%
28	3	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	59	50	56	5	8,93%
29	3	43824	35774	37267	2691,14	7,22%	59	50	56	5	8,93%
30	3	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	5	8,93%
32	3	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	4	7,14%
35	3	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	4	7,14%
36	3	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	4	7,14%
37	3	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	4	7,14%
38	3	43824	35774	37267	2741,98	7,36%	59	50	56	4	7,14%
39	3	43824	35774	37267	2741,98	7,36%	59	50	56	4	7,14%
40	3	43824	35774	37267	2741,98	7,36%	59	50	56	4	7,14%
42	3	43824	35774	37267	2741,98	7,36%	59	50	56	4	7,14%
43	3	43824	35774	37267	2741,98	7,36%	59	50	56	4	7,14%
45	3	43824	35774	37267	2741,98	7,36%	59	50	56	4	7,14%
46	3	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	4	7,14%
47	3	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	4	7,14%
48	3	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	4	7,14%
49	4	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	3	5,36%
50	4	43824	35774	37267	2602,65	6,98%	59	50	56	3	5,36%
52	4	43824	35774	37589	2602,65	6,92%	59	50	56	3	5,36%
54	4	43824	35774	37589	2602,65	6,92%	59	50	56	3	5,36%
57	4	43824	35774	37589	2602,65	6,92%	59	50	56	3	5,36%
58	4	43824	35774	37589	2602,65	6,92%	59	50	56	3	5,36%
59	4	43824	35774	37589	2469,42	6,57%	59	50	56	3	5,36%
60	4	43824	35774	37911	2469,42	6,51%	59	50	56	3	5,36%
61	4	43824	35774	37911	2469,42	6,51%	59	50	56	3	5,36%
62	4	43824	35774	37911	2469,42	6,51%	59	50	56	3	5,36%
63	4	43824	35774	37911	2469,42	6,51%	59	50	56	3	5,36%
65	4	41986	35774	37911	2283,61	6,02%	59	50	56	3	5,36%
66	4	41986	35774	37911	2283,61	6,02%	59	50	56	3	5,36%
67	4	41986	35774	37911	2283,61	6,02%	59	50	56	3	5,36%
69	4	41986	35774	37911	2114,28	5,58%	59	50	56	3	5,36%
70	4	41986	35774	37911	1990,11	5,25%	59	50	56	3	5,36%
71	4	41986	35774	37911	1990,11	5,25%	59	50	56	3	5,36%
72	4	41986	35774	37911	1990,11	5,25%	59	50	56	3	5,36%
73	5	41986	35774	37911	1990,11	5,25%	58	50	56	3	5,36%
74	5	41986	35774	37911	1990,11	5,25%	58	50	56	3	5,36%
75	5	41986	35774	37911	1793,28	4,73%	58	50	56	3	5,36%
76	5	41986	35774	37911	1793,28	4,73%	58	50	56	3	5,36%
77	5	41986	35774	37911	1793,28	4,73%	58	50	56	3	5,36%
78	5	41986	35774	37911	1793,28	4,73%	58	50	56	3	5,36%
79	5	41986	35774	37911	1793,28	4,73%	58	50	56	3	5,36%
80	5	41986	35774	37911	1793,28	4,73%	58	50	56	3	5,36%
82	5	41986	35774	37911	1793,28	4,73%	58	50	56	3	5,36%

84	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
86	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
87	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
88	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
89	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
91	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
92	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
93	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
95	5	41986	35774	38516	1793,28	4,66%	58	50	56	3	5,36%
96	5	41986	35774	38516	1990,11	5,17%	58	50	56	3	5,36%
97	5	41986	35774	38516	1990,11	5,17%	58	50	56	3	5,36%
98	5	41986	35774	38516	1990,11	5,17%	58	50	56	3	5,36%
100	5	41986	35774	38516	1990,11	5,17%	58	50	56	3	5,36%
101	5	41986	35774	38516	1990,11	5,17%	58	50	56	3	5,36%
104	5	41986	35774	38516	1990,11	5,17%	58	50	56	3	5,36%
105	6	40822	35774	38516	2103,00	5,46%	58	50	56	2	3,57%
107	6	40822	35774	38516	2103,00	5,46%	58	50	56	2	3,57%
109	6	40822	35774	38516	2103,00	5,46%	58	50	56	2	3,57%
110	6	40822	35774	38516	2103,00	5,46%	58	50	56	2	3,57%
111	6	40822	35774	38516	2103,00	5,46%	58	50	56	2	3,57%
112	6	40822	35774	38267	2103,00	5,50%	58	50	56	2	3,57%
113	6	40822	35774	38267	1990,00	5,20%	58	50	56	2	3,57%
114	6	40822	35774	38267	1990,00	5,20%	58	50	56	2	3,57%
115	6	40822	35774	38267	1990,00	5,20%	58	50	56	2	3,57%
117	6	40822	35774	38267	1990,00	5,20%	58	50	56	2	3,57%
119	6	40822	35774	38267	1990,00	5,20%	58	50	56	2	3,57%

Tempo total da geração: 25 minutos.

A análise para verificação da melhora do resultado em relação ao original é feita baseada nos valores de diárias pagas aos tripulantes envolvidos no problema e o total de pernoites necessários. No caso da TAF, pela malha de vôos ter uma complexidade menor, isto é, menos possibilidade de combinação entre as etapas de vôo, o resultado obtido foi menor que o da Oceanair.

Após a geração automática da escala de tripulantes os resultados obtidos deram os seguintes valores de diárias:

Total de diárias pagas aos comissários: R\$ 21.484,16

Após a geração:

Total de diárias pagas aos comissários: R\$ 20.777,36



Ganho percentual obtido: 3,28%

Com relação aos pernoites tem-se:

Comissários: 223

Após a geração:

Comissários: 216

Ganho percentual obtido: 3,13%

## 6 Conclusão e perspectiva

O mercado de aviação está cada vez mais competitivo e a cada ano que passa mais empresas surgem e tendem a aumentar ainda mais essa saudável competição para os clientes. Os resultados obtidos nesse trabalho demonstram que ainda existe uma margem para a redução dos custos envolvidos na operação de uma etapa de voo que pode ser analisada e isso se reverte em um lucro maior para os acionistas das empresas aéreas.

Esse trabalho teve início quando surgiu da necessidade dos usuários das empresas aéreas terem um método eficaz de atribuição de tarefas aos seus tripulantes de forma que todos os voos que a empresa planeja realizar em um determinado período tenham os tripulantes necessários, além de ter uma escala justa, isto é, a diferença entre o tripulante que tenha mais voos atribuídos e o tripulante que tenha menos voos atribuídos fosse a menor possível. Com base nisso e devido ao tamanho do problema, foi identificado que a melhor forma de resolvê-lo em tempo hábil seria utilizar uma heurística.

Em uma empresa aérea os maiores custos estão em aluguel (*leasing*) ou compra de aeronaves, combustível, tripulação e manutenção. Os custos com aeronaves e manutenção não são fáceis de minimizar, devido a sua característica, mas tripulação e combustível são passíveis de estudos onde se utilizam modelos matemáticos.

A utilização de uma heurística para conseguir a geração de uma escala não significa que ela não possa ser de boa qualidade. A experiência mostra que a utilização das atividades e a sua distribuição são muito mais bem feitas em gerações automatizadas do que em gerações manuais. Um exemplo claro está na utilização das atividades de reserva e sobreaviso, que devem ser alocadas aos tripulantes para suprir uma eventual falta de outro tripulante em uma determinada operação. Uma escala bem feita necessita de uma tripulação de reserva e uma de sobreaviso por dia, mas nem sempre isso é possível devido ao número reduzido de tripulantes e o objetivo se torna maximizar a quantidade de dias que possuam reservas e sobreavisos.

Outra vantagem está no equilíbrio da escala gerada por um sistema automatizado, onde o usuário pode ter o algoritmo sendo executado pelo tempo que ele tiver disponível, sem que precise da sua intervenção.

Durante o processo de testes do algoritmo nas diversas empresas aéreas em que ele foi implementado, foram identificadas melhorias que poderiam dar um retorno em termos de desempenho e ganho no resultado final. Algumas dessas melhorias foram implementadas durante a fase de testes e até mesmo após o produto estar implantado como, por exemplo, a distribuição de chaves de vôo do mesmo tipo.

As chaves de vôo são designadas em função dos vôos que a compõem e os usuários desejam que haja um rodízio e um espaçamento entre elas, para que um mesmo tripulante não seja privilegiado, caso a chave de vôo seja favorável, ou prejudicado, caso contrário.

Para resolver esse problema foram criados no modelo matemático restrições com grupos de chaves de vôo, isto é, para cada grupo de chaves de vôo e para cada tripulante, o modelo matemático define um conjunto e só permite a atribuição de uma chave de vôo dentro desse grupo. Para selecionar o grupo as chaves de vôo são divididas no grupo da primeira quinzena e outro grupo com as chaves da segunda quinzena, assim o otimizador atribui (dependendo do número de chaves) as chaves espaçadamente.

A quantidade de chaves que será atribuída para cada quinzena depende do número máximo de chaves que o usuário permitiu atribuir para o mês todo. Se ele permite que apenas duas chaves de vôo do mesmo tipo sejam alocadas para o mês todo, então uma pode ser atribuída na primeira quinzena e outra na segunda quinzena. Se essa restrição não existisse o problema poderia retornar com uma solução onde a mesma chave de vôo poderia ser alocada a um tripulante seguidamente. É claro que ainda existe a possibilidade disso ocorrer, na transição das quinzenas, mas ela é minimizada e não valeria a pena tratar esse caso, devido à perda de desempenho.

O algoritmo desenvolvido utiliza um gerador de chaves de vôo com pouco poder computacional, isto é, apenas as chaves com menor custo são incluídas no problema final, e isso não permite que uma chave de vôo com um alto custo, mas que poderia dar um bom retorno para a solução final entre no problema global. Uma idéia seria implementar um bom gerador de chaves como os encontrados em trabalhos já publicados [20, 23], que melhoraria o resultado de cada iteração do problema e traria um melhor resultado final.

É claro que ainda existe um longo caminho a percorrer até se alcançar a excelência em geração automatizada de escala de tripulantes, mas de uma forma geral, o algoritmo utilizado nesse trabalho está sendo utilizado, atualmente, em três empresas aéreas de médio porte, e tem-se a perspectiva de sua implantação em empresas de outros ramos de atividades, como o rodoviário.

## Bibliografia

- [1] Abara, J., "Applying Integer Programming to the Fleet Assignment Problem", *Interfaces* 19, p 20-28, 1989.
- [2] Abbink, E., Fischetti, M., Kroon, L., Timmer, G., Vromans, M. "Reinventing Crew Scheduling at Netherlands Railways", *Interfaces*, v 35, p 393-401, 2005.
- [3] Ball, M., Roberts, A., "A Graph Partitioning Approach to Airline Crew Scheduling", *Transportation Science*, v 19, p 107-126, 1985.
- [4] Barnhart, C., Boland, N. L., Clarke, L. W., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L. and Shenoi, R. G. "Flight String Models for Aircraft Fleeting and Routing", *Transportation Science* v 32, p 208-220, No. 3, August 1998.
- [5] Butchers, E., Day, P., Goldie, A., Miller, S., Meyer, J., Ryan, D., Scott, A. and Wallace, C., "Optimized Crew Scheduling at Air New Zealand", *Interfaces* v 31, p 30-56, 2001.
- [6] Cabral, L. A. F., Maculan, N., Souza, M. J. F., "An Heuristic Approach for Large Crew Scheduling Problems at Rio Sul Airlines". In: *Annual Symposium of AGIFORS, 2000, Istambul. Annals of Annual Symposium of AGIFORS, 2000.*
- [7] Campelo, R. E. and Maculan, N. "Algoritmos e Heurísticas: Desenvolvimento e avaliação de performance", EDUFF, 1994.
- [8] Caprara, A., Fischetti, M., Toth, P. "A Heuristic Method for the Set Covering Problem", *Operations Research*, v 47, p 730-743, 1999.
- [9] Cavique L., Rego C., Themido I., "Estruturas de vizinhança e procura local no problema da clique máxima". *Investigação Operacional* v 22, p 1-18, 2002.
- [10] Chu, H., Gelman, E., Johnson, E. "Solving Large Scale Crew Scheduling Problems", *European Journal of Operational Research* 97, p 260-268, 1997.
- [11] Clarke, L., Johnson, E., Nemhauser, G. and Zhu, Z. "The Aircraft Rotation Problem", *Baltzer Journals*, Maio 1996.
- [12] Dillon, J., Kontogiorgis, S. "US Airways Optimizes the Scheduling of Reserve Flight Crews", *Interfaces*, v 29, p 123-131, 1999.
- [13] Gamache, M., Soumis, F., Villeneuve, D., Desrosiers, J., Gélinas E. "The Preferential Bidding System at Air Canada", *Transportation Science*, v 32, p 246-255, 1998.

- [14] Gendreau, M., Guertin, F., Potvin, J., Taillard, E. "Parallel Tabu Search for Real-Time Vehicle Routing and Dispatching", *Transportation Science*, v 33, p 381-390, 1999.
- [15] Götz, S., Grothlags, S., Kliewer, G. and Tschöke, S. "Solving the Weekly Fleet Assignment Problem for the Large Airlines", MIC'99 – III Metaheuristics International Conference.
- [16] GU, Z., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., Wang, Y., "Some properties of the fleet assignment problem". *Operations Research Letters* 1994, v 15, no2, p 59-71.
- [17] Hane, C. A., Barnhart, C., Johnson, E. L., Marsten, R. E., Nemhauser, G. L. and Sigismondi, G. "The Fleet Assignment Problem: Solving a Large-Scale Integer Program", *Math. Prog.* v 70, p 211-232, 1995.
- [18] Johnson, E. and Nemhauser, G. "Airline Crew Recovery", *Transportation Science*, v 34, p 337-348, 2000.
- [19] Larsen, J. "Vehicle routing with time windows - finding optimal solutions efficiently", *DORSnyt (engl.)* (1999), no. 116.
- [20] Pimentel, A. L., "Abordagens Exatas para o Problema de Construção de Rotações em Companhias Aéreas", Tese de Doutorado, COPPE-UFRJ 2005.
- [21] Rexing, B., Barnhart, C., Kniker, T., Jarrah, A., Krishnamurthy, N. "Airline Fleet Assignment with Time Windows". *Transportation Science* v 43, p 1-20, 2000.
- [22] Richter, H. "Thirty Years of Airline Operations Research", *Interfaces*, v 19, p 3-9, 1989.
- [23] Rubin, J. "A technique for the solution of massive set-covering problems, with application to airline crew scheduling", *Transportation Science*, v 7, No. 1, p 34-38, 1973.
- [24] Stojkovic, M., Soumis, F., Desrosiers, J. "The Operational Airline Crew Scheduling Problem" *Transportation Science*, v 32, p 232-245, 1998.
- [25] Subramanian, R., Scheff, R. P., Quillinan, J. D., Wiper, D. S. and Marsten, R. E., "Coldstart: Fleet Assignment at Delta Air Lines", *Interfaces* v 24, p 104-120, 1994.