PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA A SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

Daniel Segundo Cazalis Salas

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS–GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

Aprovada por:

Clovis Caesar Gonzaga, D.Sc.
Presidente

Paulo Roberto Oliveira, Dr.Ing.

Jayme Luiz Szwarcfiter, Ph.D.

Nair Maria Maia de Abreu, D.Sc.

Suely Bandeira Teixeira Mendes, Ph.D.

Nelson Maculan Filho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ –BRASIL
MAIO DE 1992

SALAS, DANIEL SEGUNDO CAZALIS

Programação Linear Aplicada a Sistemas de Informação [Rio de Janeiro] 1992.

XII, 153 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia de Sistemas e Computação, 1992).

Tese — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1.

I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

As Begonhas e as

Yolandas da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Clovis Gonzaga quem me ensinou os conceitos fundamentais em que se baseia o presente trabalho, ao orientador Gonzaga quem estimulou minha independência e criatividade além dos limites que a prudência recomenda, ao amigo Clovis sempre presente.

Ao professor Julian Araoz quem colocou em minhas mãos o problema que intento resolver.

Ao Reitor Nelson Maculan Filho por sua prolongada colaboração valiosa, acertadíssima seleção bibliográfica; sendo para mim como para tantos outros exemplo de humanidade.

A professora Dina Feigenbaum Cleiman, em cujo seminário foram desenvolvidos conceitos usados neste trabalho, por seu estímulo e colaboração.

Aos colegas Di Novela, Adilson Xavier e Sanchez incansáveis interlocutores.

As secretárias Claudia, Denise e Ana Paula, as melhores que um doutorando pode desejar.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA A SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

Daniel Segundo Cazalis Salas

Junho de 1991

ORIENTADOR: Clovis Caesar Gonzaga

PROGRAMA: Engenharia de Sistemas e Computação

Provadores em cláusulas de Horn usados extensivamente em sistemas de informação estão baseados no princípio de caminhos de aumento. Propomos um processo diferente para solucionar o problema de dedução automática: a eliminação de cláusulas inúteis.

Na detecção sucessiva de cláusulas inúteis se usam modelos de fluxo em hipergrafos e algoritmos de P.L. por direções viáveis.

Se solucionam por procedimentos semelhantes outros problemas encontrados no manuseio de bases de conhecimento.

Abstract of Thesis Presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

LINEAR PROGRAMING ON INFORMATION SYSTEMS

Daniel Segundo Cazalis Salas

July 1991

Thesis Supervisor: Clovis Caesar Gonzaga

Department:

Provers on Horn clauses extensivly used in information systems are based on the augmenthed path principle. We propose a different process for solving the automatic deduction problem: Elimination of useless clauses.

In successive detection of useless clauses we use a combinatorial model of flow hipergraphs and feasible directions algorithms for linear programming.

We solve by similar procedures some other problems found in knowedge bases.

ÍNDICE

Pág.

Pág.

INTRODUÇÃO

Sistemas especialistas baseados em cláusulas de Horn podem ser modelados como um problema de programação linear. A utilização de Simplex na solução deste modelo reproduz o comportamento combinatório dos algoritmos Bottom–Up e Top–Down.

Desenvolvemos um algoritmo de conjuntos ativos orientado a solução de modelos combinatórios.

Procedimentos desenvolvidos para serem usados em algoritmos de ponto interior nos permitiram construir um modelo combinatório poliédrico suceptível de ser resolvido por este algoritmo.

No presente trabalho pretendemos criar um método para a solução do problema de busca em sistemas clausulares de Horn baseado em modelos combinatórios e algoritmos de conjuntos ativos tal que resulte em um compartimento combinatório diferente do que se obtem usando o algoritmo Simplex, isto é, diferente de Top–Down e Bottom–Up.

No primeiro capítulo apresentamos um algoritmo de programação linear suceptível de resolver problemas com múltiplas degenerações tanto primais como duais, este tipo de problemas degenerados aparece com freqüência em modelos combinatórios poliedricos.

O problema de busca em sistemas de informação e sua solução combinatória é apresentado no segundo capítulo. Os requerimentos da solução ao problema só podem ser examinados no contexto da inteligência artificial, uma revisão de trabalhos na área de reconhecimento de linguagens nos permite determinar o contexto no que este problema é resolvido.

No terceiro capítulo um modelo de fluxo em hipergrafos é desenvolvido e a equivalência da solução do modelo com a solução do problema de busca é demonstrada.

No capítulo final se usam os algoritmos sobre o modelo para solucionar diferentes problemas encontrados com freqüência no manuseio de sistemas de informação. A interação modelo algoritmo gera um comportamento que permite resolver tais problemas de maneira que reproduza algumas das características geralmente aceitas como humanas resolvendo problemas de informação. A similitude entre o método apresentado e a forma humana de resolver problemas caracteriza uma eventual vocação do método na área de inteligência artificial.

CAPÍTULO 1

PROGRAMAÇÃO LINEAR

No presente capítulo cubriremos o relativo a programação linear.

Inicialmente definiremos as partes com as quais construíremos um algoritmo para programação linear.

Na continuação procederemos a uma descrição geral do algoritmo.

Apresentaremos os elementos teóricos que asseguram sua correção e provaremos que se detem em um número finito de passos em uma solução ótima.

Exporemos brevemente as características de outros algoritmos de programação linear.

Finalmente estudaremos a estrutura combinatória dos algoritmos de programação linear na seqüência de faces do poliedro visitadas no processo de otimização: a interação entre o poliedro e o algoritmo se manisfesta em um determinado comportamento combinatório.

Dado que o algoritmo a ser apresentado se baseia nos conceitos de projeções sobre faces de um poliedro e cálculo de multiplicadores de Lagrange, algumas definições preliminares associadas a estes conceitos são necessárias para proceder com a descrição do algoritmo.

1.1 – PRELIMINARES

1.1.1 – Notação

Os principais elementos da notações são dois:

(i) uma matriz A de n colunas e m filas com $m < n$;

(ii) um conjunto de índices $\beta \subset \{1, ..., n\}$.

As matrizes podem ser indiciadas por conjuntos, por exemplo:

A_β consiste na matriz construída selecionando em A as colunas cujos índices estão em β.

Em forma analoga os vetores, que sempre são considerados colunas, podem também ser indiciados por conjuntos de índices apropriados.

As matrizes super–indiciadas por conjuntos, denotam construções particulares:

Desta forma A^β denota da matriz A aumentada pelas filas da identidade correspondentes aos elementos em β.

$$A^\beta = \begin{bmatrix} A \\ I^t_\beta \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

Sendo P a matriz de projeção sobre o nulo de A.

Denominaremos P^β a matriz de projeção sobre o nulo de A^β.

Observe que, P_β não é uma matriz de projeção e sim a submatriz obtida selecionando em P as colunas com índices em β.

1.2 – DEFINIÇÕES

Definição: Problema de Programação Não–Linear (PNL)

Problema de programação não–linear:

$$\begin{aligned} &\min f(x) \\ &\text{s.a.} \quad h_i(x) = 0 \quad i = 1, \ldots, m \\ &\phantom{\text{s.a.}} \quad r_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \ldots, k \end{aligned}$$

com f, h_i, r_i funções diferenciáveis de $\mathbb{R}^n$ em $\mathbb{R}$.

Definição: Problema de Programação Linear (PL)

Problema de programação linear:

$$\begin{aligned} &\min c^t x \\ &\text{s.a:} \quad Ax = b \\ &\phantom{\text{s.a:}} \quad x \leq 0 \end{aligned}$$

com A uma matriz de rank completo de m filas, n colunas, $c \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$.

Definição: Conjunto Viável em PL.

$S = \{x \in \mathbb{R}^n \,|\, Ax = b,\ x \geq 0\}$.

Definição: Conjunto de Pontos Interiores.

$S^0 = \{x \in \mathbb{R}^n \,|\, Ax = b,\ x > 0\}$.

Consideraremos unicamente conjuntos não vazios de pontos interiores $S^0 \neq \phi$.

Na presente aplicação aparecem com freqüência conjuntos viáveis, tais que existem variáveis cujo valor é zero para todo ponto viável. Nesse caso não se levaram em consideração estas variáveis nas definições de ponto interior e faces que veremos na continuação.

Podemos observar que a programação linear é um caso particular da programação não linear e que portanto são válidos em (PL) todos os resultados obtidos em (PNL). Basta substituir f(x) por $C(x) = c^t x$, $h_i(x)$ por $(a^i)^t x - b_i$ com a^i um vetor coluna formado pela i–ésima fila da matriz A y $r_i(x)$ por $-x_i$.

Definição: Face

Dados: Um problema P.L. é um conjunto de índices $\beta \subset \{1, \ldots, n\}$, com $\beta \neq \phi$.

Dizemos que o conjunto:

$S_\beta = \{x \in \mathbb{R}^n \,|\, Ax = b,\ x_\beta = 0,\ x \geq 0\}$,

é uma face se e somente se é diferente de vazio,

$S_\beta \neq \phi$.

Esta definição equivale a mais conhecida definição baseada no conceito de hiperplano de suporte.

Neste caso, dizemos que β é uma caracterização da face S_β.

No nosso caso, face e face própria são conceitos equivalentes.

Definição;: Subespaço Associado a uma Face

A cada face S_β, associamos o subespaço E_β

$$E_\beta = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = 0,\ x_\beta = 0\}$$

Podemos observar que E_β está bem definido e não depende da caracterização da face, pois associado a este subespaço existe uma única variedade linear

$$V_\beta = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b,\ x_\beta = 0\}.$$

Que é a envoltória afim dos elementos na face.

Definição: Faceta

São as faces que podem ser caracterizadas por um conjunto de um único elemento $i \in \{1, ..., n\}$

$$S_i \equiv S_{(i)} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b,\ x_i = 0,\ x \geq 0\}.$$