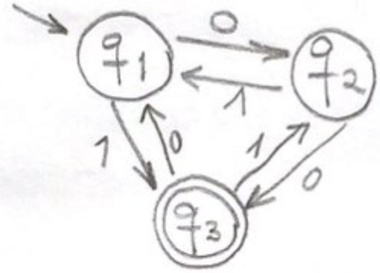
Aula 7 Algoritmo de Brzozowski (Apostila Capítulo 3)

Transformar o AFD num sistema de equações cujas variáveis correspondem às ER.
Resolveremos as equações através de substituição.

Exemplo 1:

AFD A



Se tenho n estados, então tenho um sistema com n equações e n variáveis, onde cada variável L_i = conjunto das palavras que levam o AFD do estado q_i até algum estado final.

Se q_1 é o estado inicial do AFD A, então $L_1 = L(A)$.

Como obter as três equações para o AFD exemplo:

$L_1 = 0L_2 \cup 1L_3$ cada palavra que não é vazia começa com 0 ou com 1.

$L_2 = 0L_3 \cup 1L_1$

$L_3 = 0L_1 \cup 1L_2 \cup \varepsilon$ aqui colocamos a palavra vazia e assim identificamos cada estado final.

Resolvemos por substituição, de baixo para cima, 7.2
substituo L_3 em L_1 e em L_2:

$$L_1 = 0L_2 \cup 1(0L_1 \cup 1L_2 \cup \varepsilon) = 0L_2 \cup 10L_1 \cup 11L_2 \cup 1$$
$$= (0 \cup 11)L_2 \cup 10L_1 \cup 1$$

$$L_2 = 0(0L_1 \cup 1L_2 \cup \varepsilon) \cup 1L_1 = 00L_1 \cup 01L_2 \cup 0 \cup 1L_1$$
$$= (00 \cup 1)L_1 \cup 01L_2 \cup 0$$

como L_2 aparece do lado direito, não posso substituir para cima.

Para remover L_2 do lado direito, uso:

Lema de Arden: sejam X, A e B linguagens, onde $\varepsilon \notin A$, tais que $X = AX \cup B$. Então $X = A^* B$

Veja detalhes na apostila. A ideia é que posso concatenar um número arbitrário de A e depois concatenar com B.

aplique Arden na equação de L_2:

$X = L_2$, $A = 01$, $B = (00 \cup 1)L_1 \cup 0$

$$L_2 = (01)^* ((00 \cup 1)L_1 \cup 0) = (01)^*(00 \cup 1)L_1 \cup (01)^* 0$$

$$L_1 = (0 \cup 11)[(01)^*(00 \cup 1)L_1 \cup (01)^* 0] \cup 10L_1 \cup 1$$
$$= (0 \cup 11)(01)^*(00 \cup 1)L_1 \cup (0 \cup 11)(01)^* 0 \cup 10L_1 \cup 1$$
$$= \underbrace{((0 \cup 11)(01)^*(00 \cup 1) \cup 10)}_{A} \underbrace{L_1}_{X} \cup \underbrace{(0 \cup 11)(01)^* 0 \cup 1}_{B}$$

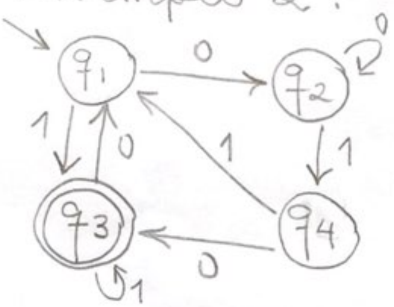
aplique Arden na equação de L_1:

$$L_1 = (\underbrace{(0 \cup 11)(01)^*(00 \cup 1) \cup 10}_{P})^* \underbrace{((0 \cup 11)(01)^* 0 \cup 1)}_{S}$$

Conferindo, primeiro a parte $(P)^*$ deve levar de q_1 a q_1: $(0 \cup 11)$ leva de q_1 a q_2 nos dois casos; $(01)^*$ continua em q_2; $(00 \cup 1)$ leva que q_2 de volta a q_1. E a opção 10 também leva de q_1 a q_1.

Depois, em S: $(0 \cup 11)$ leva de q_1 a q_2; $(01)^*$ fica em q_2; e 0 leva de q_2 a q_3. E a opção 1 leva de q_1 a q_3.

Exemplo 2:



$$L_1 = 0L_2 \cup 1L_3$$
$$L_2 = 0L_2 \cup 1L_4$$
$$L_3 = 0L_1 \cup 1L_3 \cup \varepsilon$$
$$L_4 = 0L_3 \cup 1L_1$$

atenção, acrescentar ε a cada equação de estado final.

Substituição de baixo para cima: L_4 substituo em L_2

$$L_1 = 0L_2 \cup 1L_3$$
$$L_2 = 0L_2 \cup 1L_4 = 0L_2 \cup 1(0L_3 \cup 1L_1) = 0L_2 \cup 10L_3 \cup 11L_1$$
$$L_3 = \underbrace{0L_1}_{B} \cup \underbrace{1}_{A}L_3 \cup \underbrace{\varepsilon}_{B}$$ Arden em L_3

$$L_3 = 1^*(0L_1 \cup \varepsilon) = 1^*0L_1 \cup 1^*$$

substituo L_3 em L_1 e em L_2:

$$L_1 = 0L_2 \cup 1(1^*0L_1 \cup 1^*) = 0L_2 \cup 11^*0L_1 \cup 11^*$$
$$L_2 = 0L_2 \cup 10(1^*0L_1 \cup 1^*) \cup 11L_1 =$$
$$= 0L_2 \cup 101^*0L_1 \cup 101^* \cup 11L_1 =$$
$$= \underbrace{0}_{A}L_2 \cup \underbrace{(101^*0 \cup 11)L_1 \cup 101^*}_{B}$$ Arden em L_2

$$L_2 = 0^*\left((101^*0 \cup 11)L_1 \cup 101^*\right)$$
$$L_1 = 00^*((101^*0 \cup 11)L_1 \cup 101^*) \cup 11^*0L_1 \cup 11^*$$

distrib.

$$= 00^*(101^*0 \cup 11)L_1 \cup 00^*101^* \cup 11^*0L_1 \cup 11^*$$

agrupa L_1

$$= (00^*(101^*0 \cup 11) \cup 11^*0)L_1 \cup 00^*101^* \cup 11^*$$ Arden em L_1

$$L_1 = (00^*(101^*0 \cup 11) \cup 11^*0)^*(00^*101^* \cup 11^*)$$

conferindo: 00^*101^*0; 00^*11; 11^*0 q_1 para q_1

00^*101^*; 11^* q_1 para q_3.